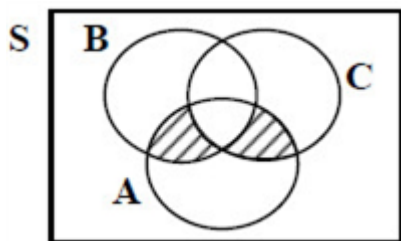




۱ اگر A ، B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، پیشامد نظیر قسمت هاشورخورده در شکل مقابل، کدام است؟



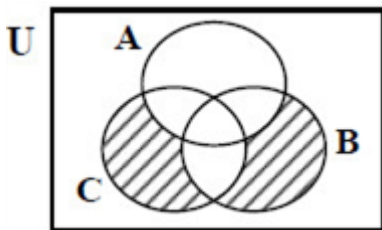
$A - [(B' \cup C') - (B \cup C)]$ (۲)

$A - [(B \cup C') \cap (B' \cup C)]$ (۱)

$A \cap [(B \cup C) - (B \cap C)]$ (۴)

$A \cap [(B \cup C) \cap (B \cap C)]$ (۳)

۲ اگر A ، B و C سه زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند، کدام مورد، نمایش قسمت هاشورخورده شکل زیر است؟



$[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B - A) - C]$ (۲)

$[(B \cup C) \cap A'] \cup [(B \cap C) - A]$ (۱)

$[B - (A \cap C)] \cup [C - (A \cap B)]$ (۴)

$[(B - A) - C] \cap [(C - B) - A]$ (۳)

۳ متمم مجموعه $A' - (B' - C')$ با کدامیک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$A \cup (C - B)$ (۲)

$A \cup (B - C')'$ (۱)

$(B - A) \cup (C' - A)$ (۴)

$(B - A) \cup (A \cup C)'$ (۳)

۴ حسن و علی قرار است هر کدام به ۳ سؤال از ۶ سؤالی که روی برگه‌ای نوشته شده، پاسخ دهند. به طوری که برای همه سؤالات پاسخ تهیه شود. با کدام احتمال شماره سؤالات حسن متوالی است؟

$\frac{1}{40}$ (۴)

$\frac{1}{20}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$\frac{1}{10}$ (۱)

۵ مجموعه $(A - B) - (C - B)$ با کدامیک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$(A - B) - C$ (۴)

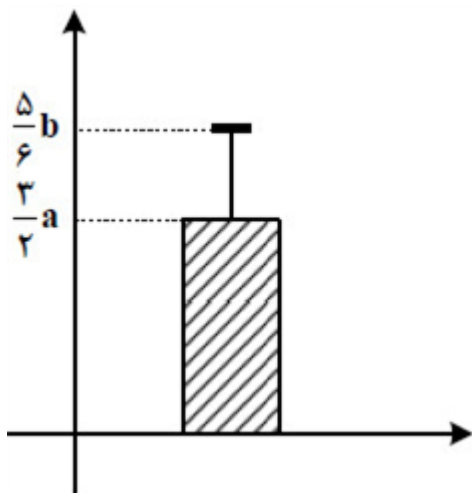
$B - (A \cup C)$ (۳)

$A - (B \cup C')$ (۲)

$(B - C) - A$ (۱)

۶ نمودار مقابل توصیف‌کننده شاخص‌های (مرکزی و پراکندگی) مناسب داده‌های $a, b, \frac{a}{3}, 12, 6$ است. اگر انحراف معیار

این داده‌ها $\frac{1}{4}$ میانگین باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟



۳/۶ (۴)

۲/۴ (۳)

۱/۸ (۲)

۱/۲ (۱)

۷ ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق، اقامت کنند. هتل سه اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم، در طرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به طوری‌که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

۷۲ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۸ (۱)

۸ تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $\{0, 1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ که شامل عدد ۸ باشد، ولی شامل عدد ۴ نباشد، کدام است؟

۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۹ در پرتاب یک تاس و ۲ سکه، احتمال این‌که لااقل یکی از سکه‌ها «پشت» و عدد رو شده در تاس، فرد باشد، کدام است؟

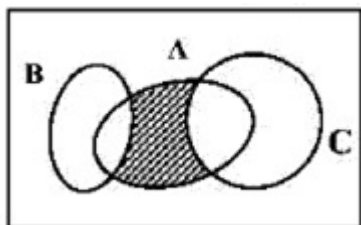
$\frac{5}{8}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{3}{8}$ (۱)

۱۰ مجموعه‌های A, B و C ، مطابق شکل زیر، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه‌خورده، نادرست است؟



$A \cap (B \cap C)'$ (۲)

$A \cap (B' \cap C')$ (۱)

$(A - C) \cup (A - B)$ (۴)

$(A - C) \cap (A - B)$ (۳)

۱۱ در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به طوری‌که ۳ نفر آن‌ها، مجاز به رانندگی باشند؟

۸۴ (۴)

۷۵ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

۱۲

در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر، از افراد ۱۶ ساله و بیش‌تر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر، ۱۶ ساله و بیش‌تر جویای کار هستند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۶ درصد باشد؟

(۱) ۴۰

(۲) ۴۵

(۳) ۵۰

(۴) ۶۰

۱۳

با حروف کلمه DAMDARAN، چند رمز عبور ۸ حرفی می‌توان ساخت، به‌طوری‌که با D شروع و با D ختم شوند؟

(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۶۰

(۳) ۱۸۰

(۴) ۲۴۰

۱۴

در ظرفی ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف بدون رؤیت خارج شده است. از ۵ مهره‌ی باقیمانده یک مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

(۱) $\frac{۱۲}{۳۵}$ (۲) $\frac{۳}{۷}$ (۳) $\frac{۱۶}{۳۵}$ (۴) $\frac{۴}{۷}$

۱۵

در پرتاب دو تاس با هم، احتمال ظاهر شدن دو عدد غیرمساوی، کدام است؟

(۱) $\frac{۵}{۱۲}$ (۲) $\frac{۲}{۳}$ (۳) $\frac{۷}{۹}$ (۴) $\frac{۵}{۶}$

۱۶

شش رقم ۵، ۵، ۵، ۳، ۳ و ۱ را از مقوا بریده در کنار یک‌دیگر جابه‌جا می‌کنیم. تعداد اعداد شش رقمی متمایز، کدام است؟

(۱) ۶۰

(۲) ۷۲

(۳) ۸۰

(۴) ۱۲۰

۱۷

در پرتاب دو تاس سالم، احتمال آن که مجموع دو تاس بزرگ‌تر از ۹ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) $\frac{۱}{۶}$ (۳) $\frac{۱}{۹}$ (۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۸

اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ بر روی ۶ مهره‌ی یکسان نوشته شده‌اند. اگر دو مهره را با هم بیرون آوریم، با کدام احتمال مجموع اعداد این دو مهره مضرب ۳ می‌باشد؟

(۱) $\frac{۱}{۴}$ (۲) $\frac{۱}{۳}$ (۳) $\frac{۲}{۵}$ (۴) $\frac{۳}{۵}$

۱۹

احتمال این‌که روز تولد سه نفر در روزهای مختلف هفته باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{۲۴}{۳۵}$ (۲) $\frac{۲۳}{۳۵}$ (۳) $\frac{۳۰}{۴۹}$ (۴) $\frac{۲۱}{۴۹}$

۲۰

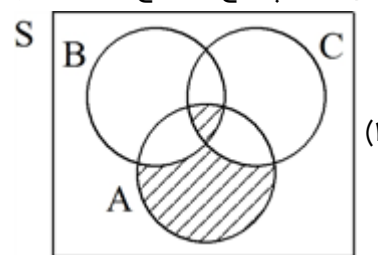
در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است، به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یکی از موش‌ها سفید است؟

(۱) $\frac{۸}{۱۱}$ (۲) $\frac{۹}{۱۱}$ (۳) $\frac{۲۸}{۳۳}$ (۴) $\frac{۲۹}{۳۳}$

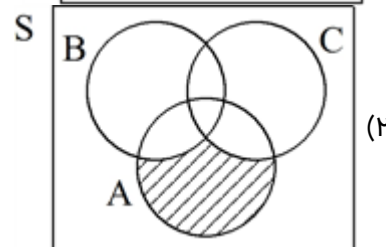
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار ون هر یک از گزینه‌ها را رسم می‌کنیم.

۱

$$A - [(B \cup C') \cap (B' \cup C)] = A \cap [(B \cup C') \cap (B' \cup C)]$$

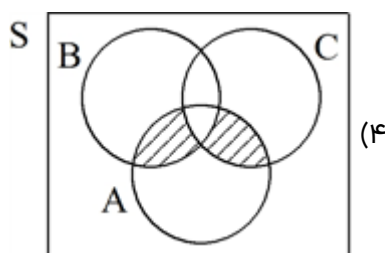


(۱)

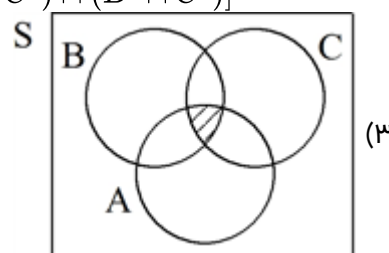


(۲)

$$\begin{aligned} A - [(B' \cup C') - (B \cup C)] &= A \cap [(B' \cup C') - (B \cup C)] \\ &= A \cap [(B' \cup C') \cap (B' \cap C')] \end{aligned}$$



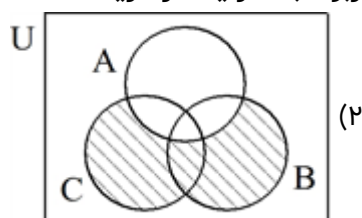
(۴)



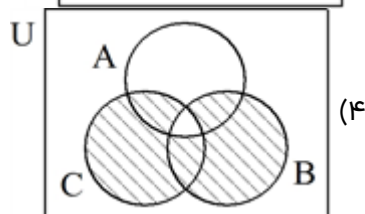
(۳)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار ون مربوط به هر یک از گزینه‌ها، مشخص می‌شود که پاسخ گزینه ۳ است.

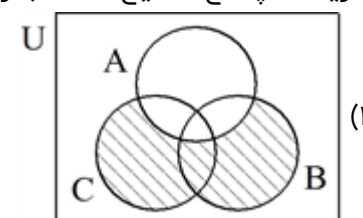
۲



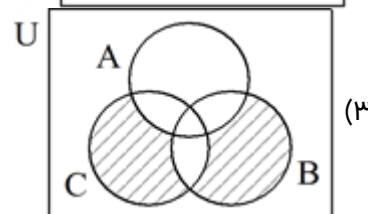
(۲)



(۴)



(۱)



(۳)

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه $A - B = A \cap B'$ ، تفاضل‌های عبارت صورت سؤال را به اشتراک

۳

$$A' - (B' - C') = A' - (B' \cap C) = A' \cap (B' \cap C)'$$

تبدیل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{متمم}} [A' \cap (B' \cap C)]' = A \cup (B' \cap C) = A \cup (C \cap B') = A \cup (C - B)$$

نکته: اشتراک خاصیت جابه‌جایی دارد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۴

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(S) = \binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20$$

$$A = \{(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), (4, 5, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۵

$$\begin{aligned} (A - B) - (C - B) &= (A \cap B') \cap (C \cap B')' = (A \cap B') \cap (C' \cup B) \\ &= (A \cap B' \cap C') \cup (A \cap B' \cap B) = A \cap B' \cap C' = (A - B) - C \end{aligned}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

$$6, 12, \frac{a}{2}, a, b \Rightarrow \bar{x} = \frac{6 + 12 + \frac{a}{2} + a + b}{5} = \frac{18 + \frac{3}{2}a + b}{5} \quad (1)$$

$$\bar{x} = \frac{3}{2}a \quad (2), \quad \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a \quad (3) \quad \text{از روی نمودار داریم:}$$

$$= \frac{1}{4}\bar{x} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{2}a = \frac{3}{8}a \quad (4) \quad \text{و طبق فرض سؤال:}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{18 + \frac{3}{2}a + b}{5} = \frac{3}{2}a \Rightarrow 18 + b = 6a$$

$$\xrightarrow{(3),(4)} \frac{3}{8}a = \frac{5}{6}b - \frac{3}{2}a \Rightarrow \frac{15}{8}a = \frac{5}{6}b \Rightarrow b = \frac{9}{4}a$$

$$\text{از حل دستگاه دو معادله دو مجهول} \quad \begin{cases} 18 + b = 6a \\ b = \frac{9}{4}a \end{cases} \quad \text{مقادیر } a = \frac{24}{5} \text{ و } b = \frac{54}{5} \text{ به دست می‌آید. پس:}$$

$$\bar{x} = \frac{3}{2}a = \frac{3}{2} \times \frac{24}{5} = \frac{36}{5}$$

$$= \frac{1}{4}\bar{x} = \frac{1}{4} \times \frac{36}{5} = \frac{9}{5} = \frac{18}{10} = 1.8$$

$$A: \underline{1} \underline{2} \underline{3}$$

$$B: - - -$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۷

$$2! \times 2! \times 3! = 2 \times 2 \times 6 = 24$$

$$2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$$

الف) حسن و علی در A باشند:

ب) حسن و علی در B باشند:

پس کل حالات برابر $24 + 12 = 36$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عدد ۴ را کنار می‌گذاریم و از طرفی تکلیف یکی از چهار عضو مشخص است (عدد ۸). حال

$$\binom{5}{3} = 10$$

باید ۳ عضو دیگر را از ۵ عدد باقیمانده (۹, ۶, ۲, ۱, ۰) انتخاب کرد:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$n(s) = 6 \times 2^2 = 24$$

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قسمت هاشورخورده برابر است با: ۱۰

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C')$$

همچنین برای قسمت هاشورخورده می‌توان نوشت:

$$(A - C) \cap (A - B)$$

$$(A - C) \cup (A - B) = A \quad \text{اما در گزینه‌ی ۴ داریم:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\frac{\text{حالت ۳}}{\text{راننده}} \times \frac{۴}{\text{نفر مانده ۴}} \times \frac{۳}{\text{نفر مانده ۳}} \times \frac{۲}{\text{نفر مانده ۲}} \times \frac{۱}{\text{نفر مانده ۱}} = ۷۲$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$۱۴۳ = \text{بیکار} \quad ۱۵۰۰ + ۱۴۳ = ۱۶۴۳ \quad \text{جمعیت فعال}$$

$$\frac{۱۴۳ - x}{۱۶۴۳} = \frac{۶}{۱۰۰} \Rightarrow ۱۴۳۰۰ - ۱۰۰x = ۹۸۵۸ \Rightarrow ۱۴۳۰۰ - ۹۸۵۸ = ۱۰۰x \Rightarrow x = \frac{۴۴۴۲}{۱۰۰} = ۴۴/۴۲$$

حداقل ۴۵ شغل باید ایجاد شود.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر کلمه‌ی رمز با D شروع و به D ختم شود، پس ۶ حرف دیگر را باید جایگشت دهیم که ۱۳

تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\frac{۶!}{۳!} = ۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در صورتی‌که از رنگ دو مهره‌ی خارج شده اطلاعی نداشته باشیم، احتمال آن‌که مهره‌ی ۱۴

سوم خارج شده سفید باشد دقیقاً مانند آن است که اولین مهره‌ی خارج شده سفید باشد یعنی $P(A) = \frac{۴}{۷}$ است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. احتمال مکمل: مساوی بودن دو عدد روشده $\leftarrow p(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$ ۱۵

$$p(A) = ۱ - \frac{۱}{۶} = \frac{۵}{۶}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$\frac{۶!}{۳! \times ۲!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۲} = ۶۰ \quad \text{جایگشت‌های متمایز: ۶۰}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. تعداد حالات فضای نمونه‌ای در پرتاب تاس برابر است با $n(S) = 6^2 = 36$ برای این که مجموع دو عدد رو شده بزرگ‌تر از ۹ باشد، داریم:

$$\begin{cases} x + y = 10 \Rightarrow ((4, 6), (5, 5), (6, 4)) \\ x + y = 11 \Rightarrow ((5, 6), (6, 5)) \\ x + y = 12 \Rightarrow (6, 6) \end{cases}$$

بنابراین تعداد حالات پیشامد برابر است با ۶.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$n(S) = \binom{6}{2} = 15$$

$\Rightarrow$ مجموع مساوی ۹، ۶، ۳ $\Rightarrow$ مجموعه دو مهره مضرب ۳ $A = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 6\}\}$

$$n(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. نفر اول آزاد است هر روزی به دنیا بیاید ولی نفر دوم $\frac{6}{7}$ امکان دارد در آن روز نباشد و ۱۹

$$P = 1 \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{30}{49} \quad \text{نفر بعدی } \frac{5}{7}:$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$n(S) = \binom{11}{3} = 165$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{20}{165} = \frac{4}{33} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = \frac{29}{33}$$

سفید نباشد $n(A) = \binom{5}{0} \binom{6}{3} = 20$ حداقل یکی سفید باشد

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴

