



۱ با توجه به دنباله‌ی حسابی، مجموع $\frac{1}{17 \times 20} + \dots + \frac{1}{8 \times 11} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{2 \times 5}$ ، کدام است؟

- ۱) $0/15$ ۲) $0/18$ ۳) $0/24$ ۴) $0/25$

۲ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات سوم و هشتم برابر ۲۲ است. اگر مجموع ۱۱ جمله اول این دنباله برابر ۱۶۵ باشد، اختلاف مشترک دنباله کدام است؟

- ۱) ۸ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۳ اگر مجموع جملات یازدهم و نوزدهم یک دنباله خطی برابر ۱۴۴ باشد، جمله پانزدهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۴۸ ۲) ۵۲ ۳) ۷۲ ۴) ۸۴

۴ در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$ ، جمله اول $\frac{2}{3}$ است. نسبت a_7 به a_3 کدام است؟

- ۱) $1/0.1$ ۲) $0/96$ ۳) $0/86$ ۴) $0/71$

۵ در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم و بیست و هشتم از جمله پنجم، ۶۱ واحد بیشتر است. جمله بیست و ششم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۷۶ ۲) ۶۱ ۳) ۵۵ ۴) ۴۳

۶ مجموع ۳۵ عدد طبیعی بخش پذیر بر ۳ که بزرگترین آن‌ها ۱۵۰ باشد، کدام است؟

- ۱) ۳۴۲۰ ۲) ۳۴۶۵ ۳) ۳۴۷۵ ۴) ۳۵۰۰

۷ در یک دنباله حسابی، اختلاف مشترک $0/5$ - و مجموع دوازده جمله اول برابر ۹ است. جمله اول این دنباله، کدام است؟

- ۱) $-\frac{7}{2}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{7}{2}$

۸ جمله‌ی چهاردهم دنباله‌ی بازگشتی $1 + \frac{1}{a_n} = a_{n+1}$ با فرض $a_{16} = \frac{1597}{987}$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{223}{377}$ ۲) $\frac{377}{610}$ ۳) $\frac{377}{223}$ ۴) $\frac{610}{377}$

۹ مجموع ۱۰ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی ۲۶- و نسبت جمله‌ی پانزدهم به جمله‌ی ششم دنباله ۶ است. جمله‌ی یازدهم دنباله، کدام است؟

- ۱) $-۱۳/۶$ ۲) $-۱۴/۸$ ۳) $-۱۵/۶$ ۴) $-۱۶/۸$

۱۰ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات سوم، پنجم و سیزدهم برابر ۷۵ است. جمله‌ی هفتم، کدام است؟

- ۱) ۲۲ ۲) ۲۴ ۳) ۲۵ ۴) ۲۹

۱۱ جمله‌ی پنجم از دنباله‌ی اعداد با رابطه‌ی $a_1 = ۲$ و $a_{n+1} = \frac{۲}{1 + a_n}$ ، کدام است؟

- ۱) $\frac{۲۲}{۲۱}$ ۲) $\frac{۳۲}{۳۱}$ ۳) $\frac{۱۰}{۱۱}$ ۴) $\frac{۴۲}{۴۳}$

۱۲ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع ۹ جمله‌ی اول برابر ۹۰ و جمله‌ی هفتم آن ۱۳ است. تفاضل جملات متوالی، کدام است؟

- ۱) $۱/۵$ ۲) ۲ ۳) $۲/۵$ ۴) ۳

۱۳ مجموع n جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-15)}{۶}$ است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله‌ی هفتم و ختم به جمله‌ی هجدهم، کدام است؟

- ۱) ۹ ۲) $\frac{۲۹}{۳}$ ۳) $\frac{۴۹}{۳}$ ۴) ۱۸

۱۴ مجموع n جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-3)}{۴}$ است. مجموع جملاتی از این دنباله که از جمله بیست و پنجم شروع و به جمله سی و پنجم ختم شوند، کدام است؟

- ۱) ۱۳۲ ۲) ۱۴۵ ۳) ۱۴۸ ۴) ۱۵۴

۱۵ در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{۱}{۳}$ مجموع پنج جمله‌ی بعدی است. جمله‌ی دوم چند برابر جمله‌ی اول است؟

- ۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۶ در یک دنباله عددی، مجموع چهار جمله‌ای اول ۱۵ و مجموع پنج جمله‌ی بعدی آن ۳۰ می‌باشد. جمله‌ی یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۱) $۷/۵$ ۲) ۸ ۳) $۸/۵$ ۴) ۹

۱۷ در یک دنباله عددی، جمله‌ی هفتم نصف جمله‌ی سوم است. مجموع چند جمله‌ی اول از این دنباله برابر صفر است؟

- ۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۱۸ در دو دنباله‌ی حسابی به صورت‌های $۲, ۷, ۱۲, \dots$ و $۸, ۱۱, ۱۴, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

- ۱) ۵۸ ۲) ۵۹ ۳) ۶۰ ۴) ۶۱

۱۹

در دنباله‌های حسابی «۲, ۹, ۱۶, ۲۳, ...» و «۱۲, ۱۷, ۲۲, ۲۷, ...» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

۲۰

مجموع ۳۰ عدد طبیعی فرد متوالی، با کوچک‌ترین عدد ۵۱، کدام است؟

۱۸۰۰ (۱)

۲۱۰۰ (۲)

۲۲۵۰ (۳)

۲۴۰۰ (۴)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} = \frac{1}{3} \left(\frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۲

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{11} = \frac{11}{2}(2a_1 + 10d) = 11(a_1 + 5d) = 165 \Rightarrow a_1 + 5d = 15 \quad (1)$$

$$a_3 + a_8 = a_1 + 2d + a_1 + 7d = 2a_1 + 9d = 22 \quad (2)$$

با حل دستگاه دو معادله دو مجهول فوق مقادیر d و a_1 به دست خواهد آمد.

راه حل میان بر: به طرفین رابطه (۲)، d را اضافه می‌کنیم:

$$2a_1 + 10d = 22 + d \Rightarrow 2(a_1 + 5d) = 22 + d \xrightarrow{(1)} 2(15) = 22 + d \Rightarrow d = 30 - 22 = 8$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳

$$a_{11} + a_{19} = 144$$

$$m + n = k + j \Rightarrow a_m + a_n = a_k + a_j$$

نکته: (قانون اندیس‌ها)

با توجه به نکته و فرض سؤال خواهیم داشت:

$$a_{11} + a_{19} = a_{15} + a_{15} = 2a_{15} = 144 \Rightarrow a_{15} = \frac{144}{2} = 72$$

روش دوم (بدون استفاده از قانون اندیس‌ها):

دنباله خطی $\leftarrow$ دنباله حسابی

$$\left. \begin{array}{l} a_{11} = a_1 + 10d \\ a_{19} = a_1 + 18d \end{array} \right\} \xrightarrow{+} 2a_1 + 28d = 144$$

طرفین تساوی فوق را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. خواهیم داشت:

$$a_1 + 14d = \frac{144}{2} = 72 \xrightarrow{a_1 + 14d = a_{15}} a_{15} = 72$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴

$$a_1 = \frac{2}{3}, a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$$

$$a_2 = \frac{1}{1+a_1} = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_3} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{8}} = \frac{24}{25} = 0.96$$

$$a_3 = \frac{1}{1+a_2} = \frac{1}{1+\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{8}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اطلاعات مسأله را به صورت ریاضی می‌نویسیم:

۵

$$a_3 + a_{28} = a_5 + 61 \Rightarrow a_{26} = ?$$

با استفاده از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ عبارت بالا را بازنویسی می‌کنیم:

$$(a_1 + 2d) + (a_1 + 27d) = (a_1 + 4d) + 61 \Rightarrow 2a_1 + 29d = a_1 + 4d + 61$$

$$\Rightarrow a_1 + 25d = 61 \Rightarrow a_{26} = 61$$

نکته: از قانون اندیس‌ها هم می‌توان استفاده کرد: $(a_3 + a_{28} = a_5 + a_{26})$.

...، ۱۴۴، ۱۴۷، ۱۵۰.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۶

یک دنباله‌ی حسابی که $d = ۳$ می‌باشد.

$$a_{r_0} = a + (n - 1)d \Rightarrow ۱۵۰ = a + ۳۴ \times ۳ \Rightarrow a = ۱۵۰ - ۱۰۲ = ۴۸$$

$$S = \frac{n(a + a_n)}{۲} = \frac{۳۵(۱۵۰ + ۴۸)}{۲} = ۳۴۶۵$$

$$d = -۰/۵, s_{۱۲} = ۹$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$S_n = \frac{n}{۲}(ra_1 + (n - 1)d) \Rightarrow ۹ = \frac{۱۲}{۲}(ra_1 + ۱۱ \times (-۰/۵)) \Rightarrow ۹ = ۶(ra_1 - ۵/۵)$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۶} = ra_1 - ۵/۵ \Rightarrow ۱/۵ + ۵/۵ = ra_1 \Rightarrow a_1 = \frac{۷}{۲}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۸

$$\begin{cases} n = ۱۵ : a_{۱۶} = \frac{۱}{a_{۱۵}} + ۱ \Rightarrow \frac{۱۵۹۷}{۹۸۷} = \frac{۱}{a_{۱۵}} + ۱ \Rightarrow \frac{۱}{a_{۱۵}} = \frac{۱۵۹۷}{۹۸۷} - ۱ = \frac{۶۱۰}{۹۸۷} \Rightarrow a_{۱۵} = \frac{۹۸۷}{۶۱۰} \\ n = ۱۴ : a_{۱۵} = \frac{۱}{a_{۱۴}} + ۱ \Rightarrow \frac{۹۸۷}{۶۱۰} = \frac{۱}{a_{۱۴}} + ۱ \Rightarrow \frac{۱}{a_{۱۴}} = \frac{۹۸۷}{۶۱۰} - ۱ = \frac{۳۷۷}{۶۱۰} \Rightarrow a_{۱۴} = \frac{۶۱۰}{۳۷۷} \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۹

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲}(ra_1 + ۹d) = -۲۶ \Rightarrow ۱۰a_1 + ۴۵d = -۲۶ \\ \frac{a_1 + ۱۴d}{a_1 + ۵d} = ۶ \Rightarrow ۶a_1 + ۳۰d = a_1 + ۱۴d \Rightarrow ۵a_1 + ۱۶d = ۰ \xrightarrow{\times -۲} -۱۰a_1 - ۳۲d = ۰ \end{cases}$$

از حل دستگاه دو معادله - دو مجهول، داریم:

$$d = -۲, a_1 = \frac{۳۲}{۵} = ۶/۴ \Rightarrow a_{۱۱} = a_1 + ۱۰d = ۶/۴ - ۲۰ = -۱۳/۴$$

$$a_۳ + a_۵ + a_{۱۳} = ۷۵$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۰

$$a + ۲dU + a + ۴dU + a + ۱۲dU = ۷۵$$

$$۳a + ۱۸d = ۷۵ \Rightarrow \underbrace{۳(a + ۶d)}_{3a_V = ۷۵} \Rightarrow a_V = \frac{۷۵}{۳} = ۲۵$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۱

$$\xrightarrow{n=۱} a_۲ = \frac{۲}{۱+۱} = \frac{۲}{۲}$$

$$\xrightarrow{n=۲} a_۳ = \frac{۲}{۱+\frac{۲}{۲}} = \frac{۲}{\frac{۵}{۲}} = \frac{۴}{۵}$$

$$\xrightarrow{n=۳} a_۴ = \frac{۲}{۱+\frac{۴}{۵}} = \frac{۲}{\frac{۹}{۵}} = \frac{۱۰}{۹}$$

$$\xrightarrow{n=۴} a_۵ = \frac{۲}{۱+\frac{۱۰}{۹}} = \frac{۲}{\frac{۱۹}{۹}} = \frac{۱۸}{۱۹}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۲

$$S_9 = 90 \Rightarrow \frac{9}{2} \times [2 \times a_1 + 8d] = 90 \Rightarrow 9a_1 + 36d = 90 \xrightarrow{\div 9} a_1 + 4d = 10$$

$$a_9 = 13 \Rightarrow a_1 + 8d = 13$$

$$\begin{cases} -a_1 - 4d = -10 \\ a_1 + 8d = 13 \end{cases} \Rightarrow 2d = 3 \Rightarrow d = \frac{3}{2} = 1.5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خواسته‌ی مسأله مجموع جملات a_9 تا a_{18} است، یعنی: ۱۳

$$S = a_9 + a_{10} + \dots + a_{18}$$

با توجه به این که $S_n = \frac{n(n-1)}{2}$ را داریم برای محاسبه‌ی S کافی است مجموع شش جمله‌ی اول را از مجموع ۱۸ جمله‌ی اول کم کنیم. بنابراین:

$$S = S_{18} - S_6 \Rightarrow S = \frac{18(18-1)}{2} - \frac{6(6-1)}{2} = 9 - (-9) = 18$$

گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن مجموع جملاتی که از جمله‌ی بیست و پنجم شروع و به جمله‌ی ۱۴

سی و پنجم ختم می‌شود، باید مجموع سی و پنج جمله‌ی اول دنباله را منهای مجموع بیست و چهار جمله‌ی اول آن

$$S_n = \frac{n(n-1)}{2}$$

کنیم.

$$S_{30} - S_{24} = \frac{30(29)}{2} - \frac{24(23)}{2} = 30(8) - 6(21) = 240 - 126 = 114$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$S_5 = \frac{1}{3}(S_{10} - S_5) \Rightarrow S_{10} = 3S_5 \Rightarrow \frac{10(9a_1 + 40d)}{2} = \frac{5(5)(9a_1 + 20d)}{2} \Rightarrow 9a_1 + 40d = 9a_1 + 20d$$

$$\Rightarrow 9a_1 - d = 0 \Rightarrow d = 9a_1$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{9a_1 + a_1}{a_1} = 10$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۶

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \Rightarrow \frac{4}{2}(2a_1 + 3d) = 15 \Rightarrow 2a_1 + 3d = 15 \quad (1)$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \xrightarrow{+S_4} a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 15 + 30 \Rightarrow S_9 = 45$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}(2a_1 + 8d) = 45 \Rightarrow a_1 + 4d = 5 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 15 \\ a_1 + 4d = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + 3d = 15 \\ -2a_1 - 16d = -10 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{1}{2}, a_1 = 3$$

$$\Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۷

روش اول: در یک دنباله عددی، جمله ی هفتم نصف جمله ی سوم است. داریم:

$$a_7 = \frac{1}{2}a_3 \Rightarrow a_1 + 6d = \frac{1}{2}(a_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12d = a_1 + 2d \Rightarrow a_1 + 10d = 0 \Rightarrow a_{11} = 0$$

اگر مجموع ۲۱ جمله ی اول این دنباله عددی را مشخص کنیم، به راحتی پی می‌بریم که حاصل برابر صفر است. داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{21} = \frac{21}{2}(a_1 + a_{21}) = \frac{21}{2}(2a_{11}) = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{a_{11} \text{ واسطه عددی}}$

روش دوم:

$$a_{11} = a_1 + 10d = 0 \Rightarrow a_1 = -10d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = 0 \Rightarrow 2a_1 + (n-1)d = 0$$

$$\Rightarrow 2(-10d) + nd - d = 0 \Rightarrow nd = 21d \Rightarrow n = 21$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$\begin{cases} 2, 7, 12, 17, 22, \dots \Rightarrow d_1 = 5 \\ 8, 11, 14, 17, 20, \dots \Rightarrow d_2 = 3 \end{cases}$$

اولین جمله ی مشترک عدد ۱۷ است و کم‌م قدرنسبت‌ها یعنی عدد ۱۵ قدر نسبت دنباله ی مشترک است.

$$C_n = C_1 + (n-1)d_2$$

$$C_n = 17 + (n-1)(15) = 15n + 2$$

$$100 \leq 15n + 2 \leq 999 \xrightarrow{-2} 98 \leq 15n \leq 997 \xrightarrow{\div 15} 6/5 \leq n \leq 66/4$$

$$\Rightarrow n = 7, 8, 9, \dots, 66$$

تعداد این جملات برابر است با: $66 - 7 + 1 = 60$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در دنباله جملات مشترک دو دنباله حسابی اولین جمله مشترک، جمله اول و ک م م ۱۹

قدرنسبت ها، قدرنسبت دنباله مشترک می باشد.

$$\begin{cases} a_n : 2, 9, 16, 23, 30, (37) \\ b_n : 12, 17, 22, 27, 32, (37) \end{cases} \Rightarrow \text{اولین جمله مشترک}$$

$$d = [5, 5] = 5$$

$$\Rightarrow c_n = 37 + (n-1)(5) \Rightarrow c_n = 5n + 32$$

$$100 \leq 5n + 32 < 300 \Rightarrow 68 \leq 5n < 268$$

$$\Rightarrow 2/5 \leq n < 53/5 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 3 \leq n \leq 10$$

بنابراین ۶ عدد سه رقمی مشترک کوچکتر از ۳۰۰ موجود است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۲۰

$$51, 53, \dots \Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(51 + 109) = \frac{30}{2} \times 160 = 2400$$

$$a_{30} = a_1 + (n-1)d = 51 + 29 \times 2 = 51 + 58 = 109$$

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴

