موسسه: Vipبخون

عنوان آزمون : سوالات تستی فصل۲

نام درس: هندسه۳

۱) نقاط $F(۰,۰)$ و $F'(a,۰)$ کانون‌های یک بیضی و $A(۰,-۱)$ یک نقطه واقع بر آن است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{۲}{\sqrt{۵}}$ باشد، مقدار a کدام است؟ (با اندکی تغییر)

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $-۲\sqrt{۵}$ ۳) $-۴\sqrt{۵}$ ۴) $۸\sqrt{۵}$

۲) خط $x=-\frac{۵}{۴}$ خط هادی سهمی به معادله $۳y^۲-۳x-ay=۰$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

۳) اگر خط به معادله‌ی $x=-۱$ خط هادی سهمی $۲y^۲-۴y=ax$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی $A(۳,۴)$ از کانون سهمی کدام است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۶}$ ۳) ۵ ۴) ۶

۴) نمودار سهمی با مختصات رأس $(-۱,-۱)$، از نقطه $(۱,۱)$ می‌گذرد. اگر از دو سر وتری که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می‌شود. قطر مستطیل حاصل کدام است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۵) از کانون سهمی $y^۲-x-۴y+۲=۰$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A، B و رأس سهمی، چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۶) در سهمی $۴y^۲-۲by-۳۲x+a=۰$، نقطه $\left(-۲,\frac{۱}{۲}\right)$ رأس سهمی است. مقدار $a-b$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۳۲ ۳) ۴۰ ۴) ۴۸

۷) به ازای هر m، معادله $(m-۲)x+(m+۱)y=۶$، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-۱,۱)$ روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲\pi}$ ۲) ۲π ۳) ۳π ۴) $۲\sqrt{۳\pi}$

۸) کدام عبارت درست است؟

۱) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در تعداد نامتناهی صفحه قرار می‌گیرند.

۲) مجموعه نقاطی از فضا که از دو خط موازی به یک فاصله باشند، در صفحه‌ی عمود بر آن دو خط قرار می‌گیرند.

۳) مجموعه نقاطی از فضا که از یک نقطه و یک خط که از آن نقطه نمی‌گذرد، به یک فاصله باشد، روی منحنی سهمی شکل قرار دارند.

۴) مجموعه نقاطی از فضا که مجموع فاصله‌های هر نقطه‌ی آن از دو نقطه‌ی ثابت در فضا، به یک اندازه باشند،روی محیط یک بیضی قرار می‌گیرند.

۹) سهمی $(x-۱)^۲ - ۱۲y = ۶$ با رأس F و کانون F' مفروض است. یک بیضی با کانون‌های F و F' و خروج از مرکز $۰/۶$ می‌سازیم. فاصله‌ی مرکز بیضی از مبدأ مختصات، کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

۱۰) فرض کنید خطوط $x+y=۱$ و $x-y=۳$ قطرهای یک دایره و خط $۴x+۳y+۵=۰$ مماس بر آن باشد. نزدیک‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی $M(۴,-۲)$ از دایره، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}-۱$ ۲) $\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\sqrt{۵}-۲$

۱۱) کوچک‌ترین دایره‌ی گذرا بر دو نقطه‌ی $A(۲,۵)$ و $B(-۴,۱)$، محور xها را با کدام طول، قطع می‌کند؟

۱) ۳- و ۱ ۲) ۳- و ۰ ۳) ۱- و ۲ ۴) ۲- و ۳

۱۲) در یک بیضی با خروج از مرکز $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$، دو سر قطر بزرگ از انتهای قطر کوچک، با کدام زاویه رؤیت می‌شود؟

۱) ۶۰° ۲) ۹۰° ۳) ۱۲۰° ۴) ۱۵۰°

۱۳) شعاع دایره به مرکز $(-۲,۲)$ و مماس خارج بر دایره $x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) ۳ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) ۴

۱۴) در سهمی به معادله‌ی $۳x^۲+۴y-۶x+۱۱=۰$ ، معادله‌ی خط هادی کدام است؟

۱) $y=-\frac{۵}{۳}$ ۲) $y=-\frac{۴}{۳}$ ۳) $y=-\frac{۲}{۳}$ ۴) $y=-\frac{۱}{۳}$

۱۵) به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر a، منحنی به معادله‌ی $۲x^۲+(a^۲-۷)y^۲+۴y+a=۰$ یک دایره است؟

۱) $\{-۳\}$ ۲) $\{۳\}$ ۳) $\{-۳,۳\}$ ۴) $\emptyset$

۱۶) چند دایره به شعاع ۲ وجود دارد که بر محور xها و دایره‌ی $(x-۴)^۲+(y-۳)^۲=۴$ مماس باشد؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) بی‌شمار

۱۷) به ازای کدام مقدار b، دو دایره به معادلات $x^۲+y^۲+۴\sqrt{۶}y+b=۰$ و $x^۲+y^۲-۲x=۳۹$ مماس خارج‌اند؟

۱) ۸ ۲) ۱۳ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۱۸) دایره‌ای از دو نقطه $(۰,۱)$ و $(۳,۰)$ گذشته و معادله‌ی یک قطر آن به صورت $x - y = ۲$ است. شعاع این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) ۳

۱۹) فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره به معادله $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y = ۴$ از خط به معادله $۳x + ۴y = ۱۵$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۲۰) دایره‌ای بر خط به معادله $y = ۲x - ۱$ مماس است و تمام قائم‌های بر دایره از نقطه $(-۱,۲)$ می‌گذرند. بیش‌ترین فاصله نقاط این دایره از محور xها کدام است؟

۱) $۲ + \sqrt{۵}$ ۲) $۳ + \sqrt{۲}$ ۳) ۵ ۴) ۶

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا حرف a را به m تغییر می‌دهیم تا با نصف قطر بزرگ بیضی آن را اشتباه نگیریم. پس کانون‌های بیضی $F(۰,۰)$ و $F'(m,۰)$ هستند. پس:

$$FF' = ۲c \Rightarrow |m| = ۲c \Rightarrow c = \frac{|m|}{۲} \quad (۱)$$

$$A \in \text{بیضی} \Rightarrow AF + AF' = ۲a \Rightarrow ۱ + \sqrt{m^۲ + ۱} = ۲a \quad (۲)$$

از طرف دیگر:

$$e = \frac{۲}{\sqrt{۵}} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{۲}{\sqrt{۵}} \Rightarrow ۲a = \sqrt{۵}c \xrightarrow{\text{از ۱ , ۲}} ۱ + \sqrt{m^۲ + ۱} = \sqrt{۵} \times \frac{|m|}{۲}$$

$$\Rightarrow \sqrt{m^۲ + ۱} = \frac{\sqrt{۵}}{۲}|m| - ۱ \xrightarrow{\text{توان ۲}} m^۲ + ۱ = \frac{۵}{۴}m^۲ + ۱ - \sqrt{۵}\,|m| \xrightarrow{۴\times}$$

$$۴m^۲ = ۵m^۲ - ۴\sqrt{۵}\,|m| = ۰$$

اکنون دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$m > ۰ \xrightarrow{|m|=m} m^۲ - ۴\sqrt{۵}m = ۰ \Rightarrow m(m - ۴\sqrt{۵}) = ۰ \Rightarrow m = ۰ \text{ یا } m = ۴\sqrt{۵}$$

$$m < ۰ \xrightarrow{|m|=-m} m^۲ + ۴\sqrt{۵}m = ۰ \Rightarrow m(m + ۴\sqrt{۵}) = ۰ \Rightarrow m = ۰ \text{ یا } m = -۴\sqrt{۵}$$

مسلماً $m = ۰$ قابل قبول نیست. زیرا به ازای $m = ۰$ به کانون $F'(۰,۰)$ می‌رسیم که همان کانون F است. پس:

$$m = \pm ۴\sqrt{۵}$$

۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا در معادلهٔ سهمی حرف a را به m تغییر می‌دهیم تا a با پارامتر سهمی اشتباه گرفته نشود. پس معادلهٔ سهمی به صورت $۳y^۲ - ۳x - my = ۰$ است. اکنون معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$۳y^۲ - my = ۳x \Rightarrow ۳\left(y^۲ - \frac{m}{۳}y\right) = ۳x \Rightarrow \left(y - \frac{m}{۶}\right)^۲ - \frac{m^۲}{۳۶} = x \Rightarrow \left(y - \frac{m}{۶}\right)^۲ = x + \frac{m^۲}{۳۶}$$

پس این سهمی افقی روبه راست با رأس $\left(-\frac{m^۲}{۳۶}, \frac{m}{۶}\right)$ است به طوری‌که $۴a = ۱$ است. معادلهٔ خط هادی این نوع سهمی به صورت زیر است:

$$x = -a + \alpha \Rightarrow x = -\frac{۱}{۴} - \frac{m^۲}{۳۶} \xrightarrow{x=-\frac{۵}{۴}} -\frac{۵}{۴} = -\frac{۱}{۴} - \frac{m^۲}{۳۶} \xrightarrow{\times(-۴)} = ۵ = ۱ + \frac{m^۲}{۹}$$

$$\Rightarrow m^۲ = ۳۶ \Rightarrow m = \pm ۶$$

بنابراین اختلاف مقادیر m برابر ۱۲ است.

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. یعنی معادله سهمی چنین است:

$$y^۲ - ۲y = \frac{ax}{۲} \Rightarrow (y-۱)^۲ = \frac{a}{۲}(x+۲a)$$

مرکز (رأس) سهمی $\left(-\frac{۲}{a}, ۱\right)$ است. در ضمن $P = \frac{|a|}{۸}$.

حال a چه مثبت باشد چه منفی، با توجه به این‌که خط هادی $x = -۱$ است، داریم.

$$-\frac{۲}{a} - \frac{a}{۸} = -۱ \Rightarrow a = ۴$$

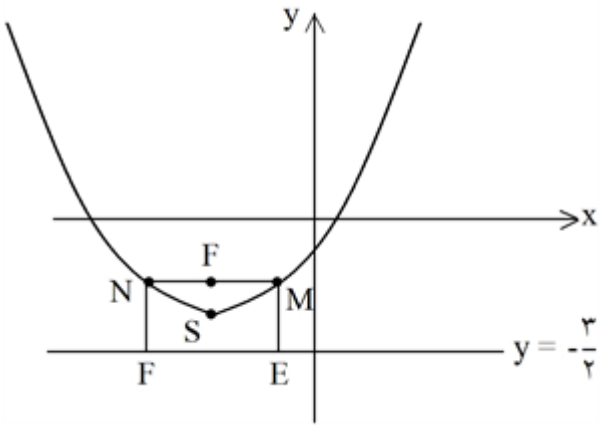
یعنی سهمی $(y-۱)^۲ = ۲\left(x + \frac{۱}{۲}\right)$ است که کانون آن $F(۰,۱)$ است. فاصله این کانون از $A(۳,۴)$ می‌شود.

$$\left|\overrightarrow{AF}\right| = \sqrt{۳^۲ + ۳^۲} = ۳\sqrt{۲}$$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در صورت سؤال مشخص نشده است که سهمی افقی یا قائم است. فرض کنیم سهمی قائم رو به بالا با رأس $(-۱,-۱)$ باشد داریم.

معادله سهمی قائم رو به بالا $\Rightarrow (x-\alpha)^۲ = ۴a(y-\beta) \xrightarrow{\alpha=\beta=-۱} (x+۱)^۲ = ۴a(y+۱)$

نقطهٔ $(۱,۱)$ در این سهمی صدق می‌کند. پس:



$$(x+۱)^۲ = ۴a(y+۱) \Rightarrow (۱+۱)^۲ = ۴a(۱+۱) \Rightarrow a = \frac{۱}{۲}$$

اگر MN وتر گذرنده از کانون F و عمود بر محور سهمی باشد و ME و NF عمود بر خط هادی باشند آنگاه $MN = ۴a = ۲$ و $NF = ۲a = ۱$ است.

قطر مستطیل $MNFE = \sqrt{MN^۲ + NF^۲} = \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۵}$

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا معادلهٔ سهمی را استاندارد می‌کنیم:

$$y^۲ - ۴y = x - ۲ \xrightarrow{+۴} y^۲ - ۴y + ۴ = x + ۲$$

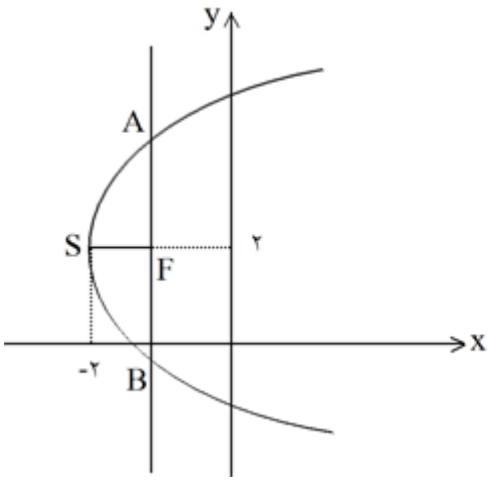
$$\Rightarrow (y-۲)^۲ = x + ۲$$

سهمی افقی و دهانهٔ آن به سمت راست است. نقطهٔ $S(-۲, ۲)$ رأس سهمی و $a = \frac{۱}{۴}$ فاصلهٔ کانونی آن است.

مطابق شکل AB وتر کانونی سهمی و طول آن ۴ برابر فاصلهٔ کانونی سهمی است، پس داریم:

$$\mathrm{AB} = ۴ \times \frac{۱}{۴} = ۱$$

$$S_{\mathrm{SAB}} = \frac{۱}{۲}\mathrm{SF} \times \mathrm{AB} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۴} \times ۱ = \frac{۱}{۸}$$



۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$۴\left(y^۲ - \frac{b}{۲}y + \frac{b^۲}{۱۶}\right) = ۳۲x - a + \frac{b^۲}{۴} \Rightarrow \left(y - \frac{b}{۴}\right)^۲ = ۸\left(x - \frac{a}{۳۲} + \frac{b^۲}{۱۲۸}\right)$$

بنابراین رأس این سهمی $\left(\frac{a}{۳۲} - \frac{b^۲}{۱۲۸}, \frac{b}{۴}\right)$ است. بنابراین:

$$\text{راس سهمی } \left(\frac{۱}{۲}, -۲\right) \Rightarrow \begin{cases} \beta = -۲ = \frac{b}{۴} \Rightarrow b = -۸ \\ \alpha = \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۳۲} - \frac{b^۲}{۱۲۸} \xrightarrow{b=-۸} a = ۳۲ \end{cases} \Rightarrow a - b = ۴۰$$

۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با انتخاب دو مقدار دلخواه برای m دو قطر دایره را بدست آورده از تلاقی این دو قطر مرکز دایره بدست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{c} m = ۲ \Rightarrow ۳y = ۶ \Rightarrow y = ۲ \\ m = -۱ \Rightarrow -۳x = ۶ \Rightarrow x = -۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{مرکز دایره } O(-۲, ۲)$$

چون A روی دایره است پس: $R = \mathrm{OA} = \sqrt{(-۱+۲)^۲ + (۱-۲)^۲} = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}$

بنابراین: $\text{محیط دایره} = ۲\pi\mathrm{R} = ۲\sqrt{۲}\pi$

۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

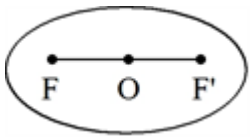
۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$(x-۱)^۲ = ۱۲y + ۶ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۱۲\left(y + \frac{۱}{۲}\right)$$

پس این سهمی قائم رو به بالا است و رأس آن $F\left(۱, -\frac{۱}{۲}\right)$ است و $۴a = ۱۲ \Rightarrow a = ۳$ بنابراین کانون این سهمی $F'(\alpha, a+\beta) = \left(۱, ۳ - \frac{۱}{۲}\right) = \left(۱, \frac{۵}{۲}\right)$ است. (توجه کنید α و β مختصات رأس سهمی هستند.)

با توجه به فرض سؤال نقاط $F\left(۱, -\frac{۱}{۲}\right)$ و $F'\left(۱, \frac{۵}{۲}\right)$ کانون‌های بیضی با خروج از مرکز ۰/۶ می‌باشند.

مسلماً مرکز این بیضی وسط FF' است پس داریم.



$$O = \frac{F+F'}{۲} = (۱,۱) \Rightarrow \text{فاصله } O \text{ تا مبدا مختصات} = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}$$

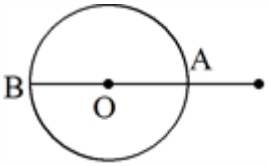
۱۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه تلاقی قطرهای $x+y=۱$ و $x-y=۳$ مرکز دایره است.

$$\begin{cases} x+y=۱ \\ x-y=۳ \end{cases} \xrightarrow{+} ۲x = ۴ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow y = -۱$$

پس مرکز دایره $O(۲,-۱)$ است. در ضمن فاصله‌ی O تا خط مماس $۴x+۳y+۵=۰$ برابر شعاع دایره است.

$$R = \frac{|ax_۰ + by_۰ + c|}{\sqrt{a^۲+b^۲}} = \frac{|۸-۳+۵|}{\sqrt{۱۶+۹}} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

نزدیک‌ترین فاصله‌ی $M(۴,-۲)$ از دایره مساوی $|OM - R|$ است. بنابراین:



$$OM = \sqrt{(۴-۲)^۲ + (-۲+۱)^۲} = \sqrt{۵}$$

$$MA = \text{نزدیک ترین فاصله} = |OM - R| = \sqrt{۵} - ۲$$

۱۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کوچک‌ترین دایره‌ی گذرا از دو نقطه‌ی A و B دایره به قطر AB است. پس مرکز دایره وسط AB و شعاع آن نصف طول پاره‌خط AB است.

$$O = \frac{A+B}{۲} = (-۱,۳), R = \frac{AB}{۲} = \frac{\sqrt{۳۶+۱۶}}{۲} = \frac{\sqrt{۵۲}}{۲}$$

بنابراین معادله دایره به صورت زیر است.

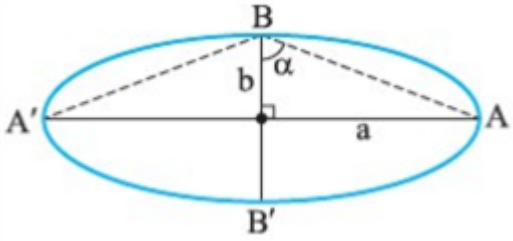
$$(x+۱)^۲ + (y-۳)^۲ = \frac{۵۲}{۴} \xrightarrow{y=۰} (x+۱)^۲ + ۹ = \frac{۵۲}{۴} \Rightarrow (x+۱)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow x+۱ = ۲ \text{ یا } x+۱ = -۲ \Rightarrow x = ۱ \text{ یا } x = -۳$$

۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک فرمول خروج از مرکز بیضی یعنی $e=\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}$ داریم:

$$\sqrt{\frac{۲}{۳}}=\sqrt{۱-\frac{b^۲}{a^۲}}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=۱-\frac{b^۲}{a^۲}\Rightarrow\frac{b^۲}{a^۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}\ \text{یا}\ \frac{a}{b}=\sqrt{۳}$$

به شکل دقت کنید:



به کمک روابط مثلثاتی، زاویهٔ α به راحتی به دست می‌آید.

$$\tan\alpha=\frac{a}{b}\Rightarrow\tan\alpha=\sqrt{۳}\Rightarrow\alpha=۶۰^\circ$$

بنابراین از انتهای قطر کوچک، دو سر قطر بزرگ با زاویهٔ ۲α یعنی ۱۲۰° رؤیت می‌شود.

۱۳ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. شرط مماس خارج بودن دو دایره $d=R+R'$ است.

$$O(-۲,۲),O'=(۱,-۲),R'=\frac{\sqrt{۴+۱۶-۴}}{۲}=۲$$

$$d=OO'=\sqrt{۹+۱۶}=۵$$

$$d=R+R'\Rightarrow ۵=R+۲\Rightarrow R=۳$$

۱۴ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله‌ی سهمی را استاندارد می‌کنیم، رأس سهمی را به دست می‌آوریم. داریم:

$$۳x^۲+۴y-۶x+۱۱=۰\Rightarrow ۳x^۲-۶x+۳=-۴y-۸\Rightarrow ۳(x^۲-۲x+۱)=-۴(y+۲)$$

$$\Rightarrow(x-۱)^۲=۴\times\left(\frac{-۱}{۳}\right)(y+۲)\Rightarrow S(۱,-۲),a=-\frac{۱}{۳}$$

سهمی داده‌شده یک سهمی قائم است، بنابراین معادله‌ی خط هادی آن به صورت $y=\beta-a$ است. داریم:

$$y=-۲-\left(\frac{-۱}{۳}\right)=-\frac{۵}{۳}$$

۱۵ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. برای‌این‌که معادله‌ی مقطع مخروطی $۲x^۲+(a^۲-۷)y^۲+۴y+a=۰$ معادله‌ی دایره باشد، باید ابتدا ضرایب $x^۲$ و $y^۲$ را برابر قرار دهیم:

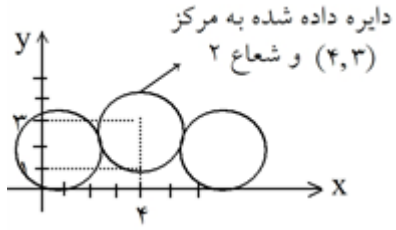
$$a^۲-۷=۲\Rightarrow a^۲=۹\begin{cases}a=۳\\a=-۳\end{cases}$$

حال با جایگذاری $a=\pm۳$ در معادله، آن را به شکل $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ تبدیل و شرط $a^۲+b^۲-۴c>۰$ را کنترل می‌کنیم:

$$\begin{cases}a=۳\Rightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۴y+۳=۰\xrightarrow{\div ۲}x^۲+y^۲+۲y+\frac{۳}{۲}=۰\Rightarrow ۰+۴-۴\left(\frac{۳}{۲}\right)=۴-۶=-۲\not>۰\\ a=-۳\Rightarrow ۲x^۲+۲y^۲+۴y-۳=۰\xrightarrow{\div ۲}x^۲+y^۲+۲y-\frac{۳}{۲}=۰\Rightarrow ۰+۴-۴\left(-\frac{۳}{۲}\right)=۴+۶=۱۰>۰\end{cases}$$

بنابراین $a=-۳$ قابل قبول است.

۱۶ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به آن‌که پایین‌ترین نقطه‌ی $(x-۴)^۲+(y-۳)^۲=۴$ کم‌تر از ۲ واحد با محور xها فاصله دارد، اگر دایره‌ای به شعاع ۲ را بر روی محور xها بغلتانیم، در دو مکان بر دایره‌ی فوق مماس



می‌شود. پس ۲ دایره با شرط مذکور وجود دارد.

۱۷ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$C_۱ : (x-۱)^۲+y^۲=۴ \Rightarrow R_۱=۲, O_۱(۱,۰)$$

$$C_۲ : x^۲+(y+۲\sqrt{۶})^۲=۲۴-b \Rightarrow R_۲=\sqrt{۲۴-b}, O_۲(۰,-۲\sqrt{۶})$$

برای آن‌که دو دایره مماس خارج باشند، باید:

$$O_۱O_۲=R_۱+R_۲ \Rightarrow \sqrt{۱^۲+(۲\sqrt{۶})^۲}=۲+\sqrt{۲۴-b} \Rightarrow \sqrt{۲۴-b}=۳ \Rightarrow b=۱۵$$

۱۸ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. چون معادله‌ی یک قطر دایره به صورت $x-y=۲$ است پس مختصات مرکز دایره را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$x-y=۲ \Rightarrow y=x-۲ \Rightarrow C(\alpha,\alpha-۲)$$

از طرفی دایره از دو نقطه‌ی $A(۰,۱)$ و $B(۳,۰)$ می‌گذرد، پس داریم: $AC=BC$

$$AC=BC \Rightarrow \sqrt{\alpha^۲+(\alpha-۳)^۲}=\sqrt{(\alpha-۳)^۲+(\alpha-۲)^۲} \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{طرفین را به توان ۲}} \alpha^۲=(\alpha-۲)^۲$$

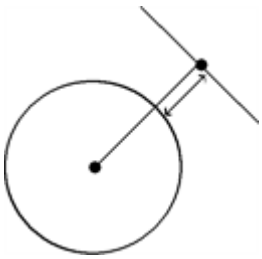
$$\alpha^۲=\alpha^۲-۴\alpha+۴ \Rightarrow \alpha=۱ \Rightarrow C(۱,-۱), R=\sqrt{۱+۴}=\sqrt{۵}$$

۱۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی مرکز دایره را از خط تعیین و طول شعاع را از آن کم می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲-۲x+۴y=۴ \Rightarrow (x-۱)^۲+(y+۲)^۲=۹ \Rightarrow \text{مرکز}(۱,-۲), R=۳$$

$$\text{فاصله‌ی مرکز از خط}=\frac{|۳\alpha+۴\beta-۱۵|}{\sqrt{۳^۲+۴^۲}}=\frac{|۳-۸-۱۵|}{۵}=۴$$

$$\text{فاصله‌ی نزدیک‌ترین نقطه‌ی دایره از خط}=۴-۳=۱$$

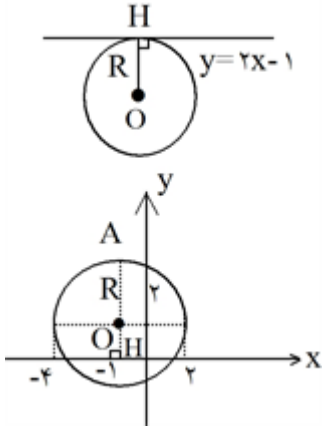


۲۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. تمام قائم‌های بر دایره از مرکز آن می‌گذرند، بنابراین طبق گفته‌ی سؤال نقطه‌ی (۲و۱-) مرکز دایره است و از آنجا که دایره برخط مماس شده است پس فاصله‌ی مرکز دایره تا آن خط برابر با طول شعاع دایره است.

$$OH = \frac{|ax_{\circ} + by + c|}{\sqrt{a^{۲} + b^{۲}}} = \frac{|۲ - ۲(-۱) + ۱|}{\sqrt{۱ + ۴}} = \frac{۵}{\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$$

$$\xrightarrow{\text{معادله دایره}} (x + ۱) + (y - ۲) = ۵$$

بیش‌ترین فاصله‌ی نقاط دایره از محورxها $AH = R + oH = \sqrt{۵} + ۲$



۱	۱	۲	**۳**	۴
۲	**۱**	۲	۳	۴
۳	**۱**	۲	۳	۴
۴	۱	**۲**	۳	۴
۵	۱	۲	**۳**	۴
۶	۱	۲	**۳**	۴
۷	**۱**	۲	۳	۴
۸	**۱**	۲	۳	۴
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	**۴**
۱۱	**۱**	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	**۳**	۴
۱۳	۱	**۲**	۳	۴
۱۴	**۱**	۲	۳	۴
۱۵	**۱**	۲	۳	۴
۱۶	۱	**۲**	۳	۴
۱۷	۱	۲	**۳**	۴
۱۸	۱	۲	**۳**	۴
۱۹	۱	**۲**	۳	۴
۲۰	**۱**	۲	۳	۴