

Subject:

Year:

Month:

Date:

هندسه: شامل ای از ریاضیات می باشد که پدیده های اطراف ما را شبیه سازی می کند.

و مفاهیم آن نشود و معلوم می باشد.

مفاهیم هندسه: ۱- تعاریف: مفاهیمی هستند که به وسیله ای اسمی مشخص می شوند.

و پذیرفتن آنها نیاز به دلیل ندارد. ۲- اصول: مفاهیمی هستند که پذیرفتن درستی

آنها نیاز به دلیل ندارد. (بدیهی). ۳- قضایا: مفاهیمی که می باشند که از استدلال

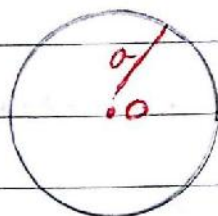
استنتاجی ثابت شده اند.

پار آوری: حالت هم نهستی در مثلث. (ض ض ض) - (ض ض ض) - (ض ض ض)

(و ز) - (و ض) مفهومی مثلث های قائم زاویه.

درس اول: ترسیم های هندسی و استدلال

۱- نقاطی را نایس کنیم که از نقطه O به فاصله a باشد.



تمامی نقاط روی دایره می رسمیم و شعاع قرار می گیرند.

ALYAZ

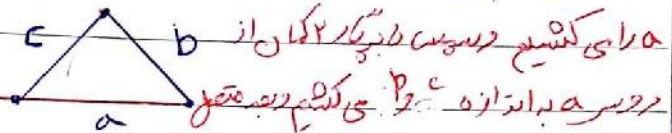
Subject:

Year:

Month:

Date:

۲. روش رسم یک مثلث با طول اضلاع a, b, c را توضیح دهید.

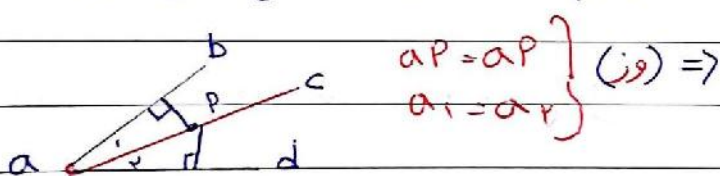


برخی خواص لیم ساز و تقسیم آن

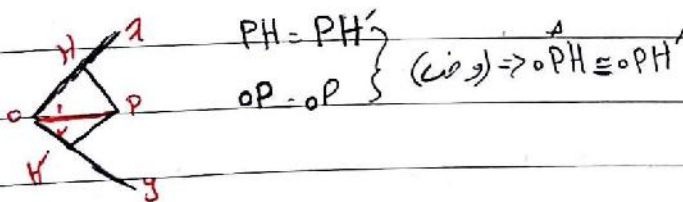
لیم ساز یک زاویه θ لیم قطعی که از رأس زاویه رسم می شود و زاویه را به دو قسمت مساوی

تقسیم می کند.

۱. ثابت کنید هر نقطه روی لیم ساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک اندازه است.



۲. ثابت کنید نقطه ای که فاصل آن از دو ضلع زاویه به یک اندازه باشد روی لیم ساز زاویه



قرار دارد.

عمود منصف θ به قطعی که در وسط یک پاره قطعی بر آن عمود رسم می شود.

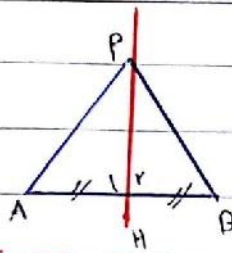
سوال θ ثابت کنید فاصله هر نقطه روی عمود منصف یک پاره قطعی از دو سر آن به یک اندازه است.

Subject:

Year:

Month:

Date:



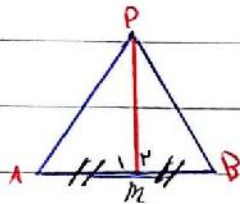
$$PH = PH$$

$$H_1 = H_2$$

$$AB = HB$$

$$\Delta PAH \cong \Delta PBH \text{ (ض ض ض)}$$

سوال 8 ثابت کنید اگر خطی از یک نقطه به دو نقطه دیگر عمود باشد آن نقطه میانی آن دو نقطه است.



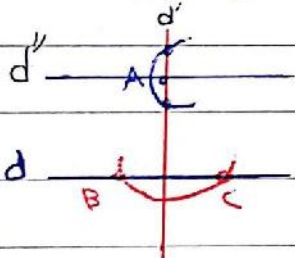
$$PA = PB$$

$$AM = BM$$

$$PM = PM$$

$$\Delta PAM \cong \Delta PBM \text{ (ض ض ض)}$$

روش رسم خط موازی با یک خط از نقطه ای خارج آن را توضیح دهید.

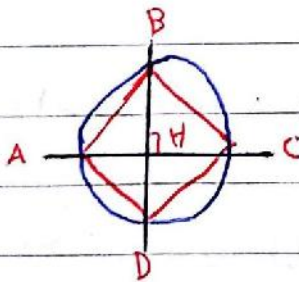


رسم 8 از نقطه ای خط d را عمود بر d رسم می کنیم

و سپس در نقطه d' بر d عمود رسم می کنیم و چون

دو خط d و d' هر دو بر d عمود هستند پس خودشان موازی اند.

روش رسم مربعی که یک قطر آن داده شده.



رسم 9 قطر AC را رسم می کنیم سپس عمود منصف AC را

رسم می کنیم تا AC را در نقطه H قطع کند به مرکز H و شعاع HA

دایره ای رسم می کنیم و تقاطع دایره را به یکدیگر متصل می کنیم.

ALYAZ

Subject:

Year:

Month:

Date:

فصل دوم

استدلال

روش های استدلال در هندسه: استقرائی - استنباطی - غیر مستقیم (برهان خلف)

استقرائی: نتیجه گیری کلی بر پایه ی مجموعه ای از مشاهدات و اندازه گیری کردن و تکرار یک

آزمایش را استدلال استقرائی گوئیم. باید عبارت دیگر استقراد یعنی از جز به کل رسیدن.

نتایجی که از این روش به دست می آید کاملاً قابل اعتماد نیست بلکه همراه با حدس و گمان

است.

مثال: نشان دهید مجموع زاویه های داخلی هر مضرب n است.

استدلال: می دانیم در مضرب های مربع که مستطیل کالونی و متوازی الاضلاع و هر دو

زاویه مجاور مکمل هستند و مجموع زاویه آنها 360° می شود. در نتیجه هر n مضرب

مضرب مجموع زاویه هایش 360° است.

توجه: استدلال به کار رفته در مثال بالا استدلال استقرائی است. چون از چند حالت خاص

یک نتیجه کلی گرفته ایم. (از جز به کل رسیدن)

ALYAZ

Subject:

Year:

Month:

Date:

استنتاجی: استدلال بر پایه حقایق که درست آنها را قبول کرده ایم. (تعاریف و مفاهیمی که

در هم نهشتی هم استفاده می شود) نتایجی که از این استدلال به دست می آید کاملاً درست و

قابل اعتماد هستند.

قضیه: مفاهیم کلی هستند که از استدلال استنتاجی ثابت شده اند و از آنها در حل مسائل دیگر

استفاده می شوند.

قضية شرطی: به قضیه ای که به صورت جمله شرطی بیان می شود قضیه شرطی گوئیم. به جمله ای

که بعد از آن قراری گیر فرض و به جمله بعد از آن آنگاه حکم گفته می شود. $P \Rightarrow Q$

عکس قضیه شرطی: اگر در یک قضیه شرطی P و Q را عوض کنیم به عبارت شرطی حاصل

عکس قضیه گفته می شود و ممکن است درست یا نادرست باشد.

مثال: قضیه در هر مثلث متساوی الساقین زاویه های برابر به ساق ها مساوی اند

الف) به صورت شرطی بیان کنید. ب) عکس قضیه را بنویسید.

الف) اگر مثلث متساوی الساقین باشد آنگاه زاویه های برابر به ساق ها با هم برابر اند.

ALYAZ

Subject:

Year:

Month:

Date:

ب) اگر در مثلث دو زاویه باهم برابر باشند آنگاه آن مثلث متساوی الساقین می باشد.

قضیه دو شرطی: اگر عکس یک قضیه درست باشد به آن قضیه ^{عکس} و آن قضیه ^{عکس} در شرطی و

به صورت $P \Rightarrow Q$ نام گذاری می شود.

مثال: قضیه فیثاغورس را به صورت یک قضیه در شرطی بیان کنید.

حل: قضیه در شرطی: یک مثلث قائم الزامی است، اگر و تنها اگر توان دوم یک ضلع برابر مجموع

توان دوم های دو ضلع دیگر باشد.

رفت: اگر مثلث قائم الزامی باشد آنگاه توان دوم یک ضلع برابر مجموع توان دوم دو ضلع دیگر.

برگشت: اگر در یک مثلث توان یک ضلع برابر مجموع توان دوم های دو ضلع دیگر باشد آنگاه

آن مثلث قائم الزامی است.

نوبه: برای اثبات یک قضیه در شرطی هم رفت قضیه و هم برگشت آن را حساب کنیم.

خط ها: هر سه به خط که فقط در یک نقطه هم تیر را قطع می کنند. و به آن نقطه

نقطه هم برسی گفته می شود.

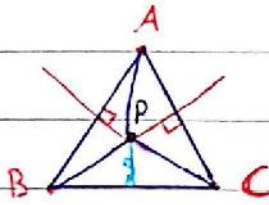
Subject:

Year:

Month:

Date:

قضیه ۱) در هر مثلث ممود منصف داخلی سه ضلع هم‌رس اند.
ممود منصف‌ها هم‌رس اند. حکم: $\triangle ABC$ یک مثلث است فرض



استدلال: ممود منصف‌های دو ضلع AB و AC را رسم می‌کنیم.

چون AB و AC تقاطع‌اند پس ممود منصف‌های آن‌ها هم در تقاطع می‌باشند و در P هم‌دگر

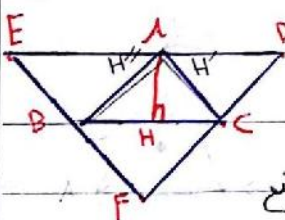
قطع می‌کنند. پس از P به C , A , B وصل می‌کنیم. P هم‌رس هستند.

قرار دارد یعنی سه ممود منصف در نقطه

P روی ممود منصف AB است پس $PA = PB$

$$PB = PC$$

P روی ممود منصف AC است پس $PA = PC$



قضیه ۲) سه ارتفاع هر مثلث هم‌رس اند. ارتفاع‌ها هم‌رس اند. حکم: $\triangle ABC$ مثلث است فرض

اثبات: از رأس‌های مثلث ABC سه خط موازی اضلاع ABC رسم می‌کنیم

اضلاع موازی
 $AP \parallel BC$
 $AB \parallel PC$
 $\Rightarrow ABCD$ چهارضعی $\Rightarrow BC = AD$

موازی اضلاع
 $AE \parallel BC$
 $AC \parallel BE$
 $\Rightarrow AEBC$ چهارضعی $\Rightarrow BC = AE$

$$\Rightarrow AD = AE$$

تقاطع DEF به وجود آید.

از طرفی $EP \parallel BC$ است و AH ممود بر BC می‌باشد پس ED ممود است در نتیجه AH ممود منصف

ضلع ED می‌باشد. و به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد BH' ممود منصف EF و CH'' ممود منصف

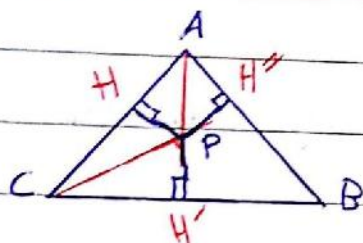
ALYAZ

Subject:

Year: _____ Month: _____ Date: _____

DF است یعنی ارتفاع های مثلث ABC روی محو منصف های مثلث DEF باشد چون

محو منصف ها هر سه از یک نقطه ارتفاع های ABC نیز می رسند



قضیه ۳) در هر مثلث سه نیم سازه زاویه های داخلی هم رسند

ABC مثلث است فرض

سه نیم سازه زاویه های داخلی هم رسند و هم

اثبات و نیم سازه در زاویه A و C را رسم می کنیم این دو نیم سازه در نقطه P همدیگر را قطع می کنند

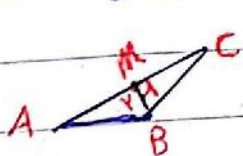
PH = PH' (۱) P روی نیم سازه A است

نسبت از نقطه P به دو ضلع محو می کنند

PH = PH' (۲) P روی نیم سازه C است

در نتیجه به نیم سازه در نقطه P هم رسند $\Rightarrow$ P روی نیم سازه B قرار دارد $\Rightarrow PH' = PH \Rightarrow ۱ و ۲$

قضیه ۴) اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشد آنگاه زاویه روبه روبه ضلع بزرگتر بزرگتر است از



$AC > BC$ فرض

$\hat{B} > \hat{A}$ حکم

زاویه روبه روبه ضلع کوچکتر

اثبات و روی ضلع AC پاره خط CM را طوری می کشیم که $CM = CB$ باشد و سپس از M به B وصل می کنیم

$\hat{M}_1 = \hat{B}_1 \Rightarrow \hat{B}_2 > \hat{A} \Rightarrow \hat{B} > \hat{A}$ (۱) متساوی الساقین $CM = CB$

می دانیم در هر مثلث اندازه ی هر زاویه خارجی از هر کدام از زاویه های داخلی غیر مجاور بزرگتر است یعنی

$\hat{M}_1 > \hat{A} \Rightarrow \hat{B}_2 > \hat{A} \Rightarrow \hat{B} > \hat{A}$

$\hat{B} > \hat{B}_1$ چون B بیرونی از $\hat{B}_1$ است

ALYAZ

Subject:

Year:

Month:

Date:

گزاره ۸ به هر صدی فرضی که دقیقاً درست یا نادرست باشد در آن کوئیم. ممکن است ما از درست

بودن یا نادرست بودن آن جمله اطلاع نداشته باشیم. مثال گزاره $7 > 3$

توجه! اگر یک گزاره از یک جمله‌ی فرضی درست شده باشد به آن گزاره ساده کوئیم و اگر ترکیبی از
مکمل به ۷ عددی اول دارد جزئی است.
چند گزاره ساده باشد به آن گزاره مرکب کوئیم. مثال ۸ داده ۵ عددی زوج است.

نقیض یک گزاره ۸ به عبارتی که ارزش آن در قیاس خلاف ارزش یک گزاره باشد دقیقاً آن گزاره
کوئیم. مثال ۸ ۵ عددی زوج است. این چنین نیست که ۵ عددی زوج است.

توجه ۸ در صورت نوشتن هر گزاره با استفاده از یک مثال نقض می‌توان نقض را نوشت.

برهان خلف ۸ در این روش فرض می‌کنیم حکم نادرست است و نقیض آن درست می‌باشد و

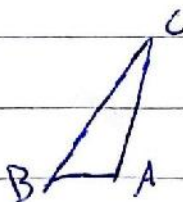
سپس از استنباطی یک تناقض با فرض مسئله یا یک عبارت غیر ممکن می‌رسیم که این

نشانه دهنده این است که خلاف حکم نادرست است (یعنی حکم درست است).

نقیده! اگر در مثلثی دو زاویه نامبر باشد آنگاه ضلع روبرو به آن بزرگتر از ضلع روبرو به آن کوچکتر.

$$\hat{A} > \hat{B} \quad \text{فرض}$$

$$BC > AC \quad \text{حکم}$$



ضلع روبرو به زاویه کوچکتر.

ALYAZ

Subject:

Year:

Month:

Date:

اثبات ۵: فرض کنیم $BC < AC$ یا $BC = AC$ یعنی $BC \nless AC$ است.

اگر $BC = AC$ باشد $\triangle ABC$ متساوی الساقین است یعنی $\hat{A} = \hat{B}$ و این فرضی است.

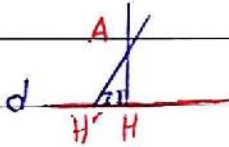
اگر $BC < AC$ باشد بنا به قضیه ۴ $\hat{A} < \hat{B}$ و این فرضی خلاف است.

یعنی فرضی خلاف نادرست است در نتیجه حکم $BC > AC$ درست می باشد.

$AC > BC$

درست

سوال ۶: از هر هان خلف تا بک کنید از یک نقطه غیر واقع بر یک خط می توان بیش از یک خط



خط l و نقطه A خارج آن ۵ فرضی

بر آن عمود کردیم از A فقط یک عمود می کشیم و یک نقطه

اثبات ۷: فرض کنیم از نقطه A در خود بره رسم می شود. (فرضی خلاف). در این حالت $AH'H$

یک مثلث قائم الزامی بود که مجموع اندازه های داخلی آن از 180 درجه بیشتر است و این غیر ممکن است پس از نقطه A فقط یک خط می توان عمود رسم کرد.

مثال نقض ۸: به ضلای که کلیت درستی حکم را رد می کند.

مثال ۹: درستی یا نادرستی افکار زیر را مشخص کنید. در صورت نادرستی مثال نقض را

مشخص کنید. (الف) همی اعداد صحیح مثبت می باشند. غلط $\leftarrow 2, 3, 4, \dots$

(ب) برای هر عدد طبیعی n عبارت $2^n + 1$ اول است. غلط $\leftarrow 2^3 + 1 = 9$ $n=3$

ALYAZ

Subject:

Year:

Month:

Date:

• نالین - تشابه دو ضلع

• فصل دوم

نسبت و تناسب: نسبت بین دو عدد A و B یعنی کسر $\frac{A}{B}$ $b \neq 0$

تناسب یعنی به دو نسبت مساوی هم یک تناسب داریم یعنی اگر دو نسبت $\frac{A}{b}$ و $\frac{c}{d}$

متناسب باشند آنگاه $\frac{A}{b} = \frac{c}{d}$ است

ویژگی های تناسب: الف) در هر تناسب حاصل ضرب جهات برابری حاصل

ضرب جهات: وسطین است $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = c \cdot b$

ب) در هر تناسب می توان نسبت ما را معکوس کرد $\frac{4}{3} = \frac{12}{9} \rightarrow \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

ج) در هر تناسب می توان بای طرفین را عوض کرد $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} \rightarrow \frac{10}{5} = \frac{4}{2}$

د) از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تناسب های $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ و $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$ به دست می آید

ه) از تناسب های $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تناسب های $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ و $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ به دست می آید

و) از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ تناسب $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ به دست می آید مثال: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{6}$

Subject:

Year:

Month:

Date:

واسطه هندسی اگر بین سه عدد a, b, c تناسب $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ برقرار باشد

به عدد b واسطه هندسی گویند $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \rightarrow b^2 = a \cdot c \rightarrow b = \sqrt{a \cdot c}$

مثال واسطه هندسی بین $\sqrt{3}$ و $\sqrt{12}$ را حساب کنید $b = ?$
 $b = \sqrt{\sqrt{3} \times \sqrt{12}} = \sqrt{\sqrt{\frac{3}{1} \times \frac{12}{1}}} = \sqrt{\sqrt{\frac{36}{1}}} = \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$

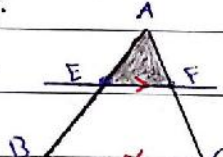
فصل دوم

قضیه تالس اگر خطی موازی یک ضلع مثلث رسم شود و دو ضلع دیگر را قطع کند آن‌ها به نسبت

پاره قطعه‌های ایجاد شده روی یک ضلع با نسبت پاره قطعه‌های ایجاد شده روی ضلع دیگر برابر است.

فرض $EF \parallel BC$ نتایج تالس اثر در مثلث ABC باشد

(۱) $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$ $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ $\frac{EF}{BC}$ $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC}$ حکم



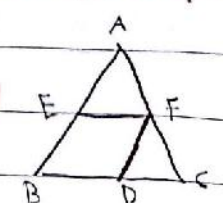
(۲) $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ نتیجه تالس

اثبات نتیجه یک تالس فرض $EF \parallel BC$ حکم $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

اثبات $EF \parallel BC$ تالس ترکیب درستی $\frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \rightarrow \frac{AE}{AE+EB} = \frac{AF}{AF+FC} \rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

اثبات نتیجه دو تالس فرض $EF \parallel BC$ حکم $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

اثبات FD موازی AB رسم کنید



ALYAZ

Subject :

Year.

Month.

Date.

()

EF // BD } متوازی (موازی)
FD // EB } $\Rightarrow EFDB$ چهارضلعی $\Rightarrow EF = BD, FD = EB$

EF // BD } $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ (تالس)
FD // AB } $\frac{AF}{AC} = \frac{BD}{BC}$ (تالس) $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

در شکل زیر $DE \parallel BC$ است. k را پیدا کنید. (طرفین وسطین)

اثبات: $DE \parallel BC$ (تالس) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ $\frac{k-3}{k+1} = \frac{k}{k+v}$

$(k-3)(k+v) = k(k+1)$ $\Rightarrow k^2 + vk - 3k - 3 = k^2 + k$

$\Rightarrow vk - 3k = 4$ $\Rightarrow k(v-3) = 4$ $\Rightarrow k = \frac{4}{v-3}$

در شکل زیر $FE \parallel BC$ است. k و y را پیدا کنید.

توجه: اگر روی ضلع‌های موازی مقدار برابر که همونا از تقسیم (تالس) استفاده

مثال: $EF \parallel BC$ (تالس) $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ $\frac{k+2}{k+6} = \frac{10-y}{10} = \frac{5}{1}$

$\frac{k+2}{k+6} = \frac{5}{1} \Rightarrow 1(k+2) = 5(k+6) \Rightarrow k+2 = 5k+30 \Rightarrow -4k = 28 \Rightarrow k = -7$

$\frac{10-y}{10} = \frac{5}{1} \Rightarrow 1(10-y) = 50 \Rightarrow 10-y = 50 \Rightarrow -y = 40 \Rightarrow y = -40$

$y = \frac{20}{1} = 20$

عکس قضیه تالس: اگر قطعی دو ضلع مثلث را قطع کند و نسبت پاره‌های ایجاد شده روی دو ضلع k متناسب باشد آنگاه آن خط با ضلع سوم مثلث برابر است.

اثبات: فرض کنیم EF موازی BC نباشد. از نقطه E پاره EF' را موازی BC رسم کنیم.

$EF' \parallel BC$ (تالس) $\frac{AE}{AB} = \frac{AF'}{AC}$

$EF \parallel BC$ (تالس) $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ $\Rightarrow \frac{AF'}{AC} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF' = AF$

GRAPHIST

Subject :

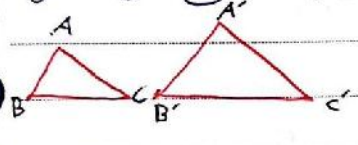
Year. Month. Date. ()

یعنی F روی هم منطبق هستند و چون EF' موازی BC است پس EF نیز موازی BC می باشد.

نکته: اگر در مسئله ای بخواهیم ثابت کنیم دو پاره برابر هستند یا پاره قطعی با یک ضلع مثلث موازی

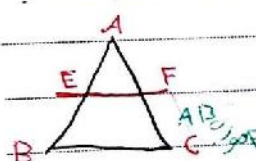
است که از عکس قضیه تالس یا عکس قضیه خطوط موازی استفاده می شود.

تساوی مثلث 8. دو مثلث را متساوی گوئیم اگر زاویه های آنها دو به دو مساوی باشند و ضلع های متناظر



$$ABC \sim A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} A = A' \text{ و } B = B' \text{ و } C = C' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = 2 \end{cases}$$
 متساوی باشند
 نسبت تضام

قضیه اساسی تساوی 8. اگر خطی موازی ضلع مثلثی رسم شود و دو ضلع دیگر را قطع کند مثلث ایجاد شده با

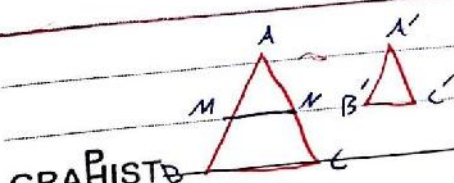

 مثلث اصلی متساوی است. $AEF \sim ABC$ **مقدمه** فرض $EF \parallel BC$
 $EF \parallel BC \Rightarrow \angle B = \angle E$
 $EF \parallel BC \Rightarrow \angle C = \angle F$
 $\Rightarrow AEF \sim ABC$
 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$ **تعییم تالس**

حالات تساوی دو مثلث 8. هرگاه در زاویه از مثلثی که با دو زاویه از ضلعین دیگر هم اندازه باشند دو ضلع

متساوی است. **قضیه اول (تساوی در زاویه)** فرض $A = A'$ و $B = B'$ مقدمه $ABC \sim A'B'C'$

اثبات 8. روی ضلع AB پاره AM را مساوی $A'B'$ روی ضلع AC پاره AN را مساوی $A'C'$

برای کنیم دستش از M به N وصل می کنیم. **می دانیم** $B = B'$ و $M = B'$ و $N = C'$
 $AMN \sim A'B'C'$ (فرض)
 $\Rightarrow MN \parallel BC$ **قضیه اساسی**
 $\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ **نسبت تضام**
 $\Rightarrow MN \parallel BC$ **عکس قضیه**



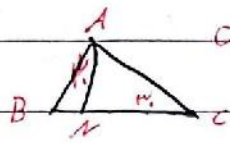
GRAPHIST

Subject:

Year:

Month:

Date:



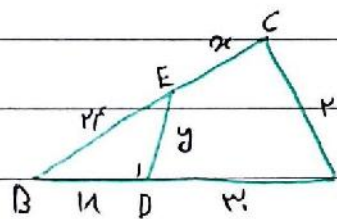
در شکل زیر الف) ثابت کنید در مثلث متشابه اند ب) نسبت تشابه آنها چند است

الف) $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ABN$ (تساوی درزاویه)
 $\left. \begin{array}{l} A_1 = C_1 = 20^\circ \\ B = B \text{ مشترک} \end{array} \right\}$

ب) نسبت تشابه $\frac{AB}{BN} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{AB}$ مع افتداد به تعبیر یکیم نسبت کدام را با ده دسام را با بیس

موضوع هایی را صورت و منحنی واری دهیم که روی روی زاویه مساوی قرار دارند در نسبت هم مشترک

خطی زنیع



در شکل زیر $C = D_1$ است مقدار x و y را پیدا کنید

(تساوی درزاویه) $\triangle ABC \sim \triangle BDE$
 $\left. \begin{array}{l} B = B \text{ مشترک} \\ C = D_1 \text{ قوفی} \end{array} \right\}$

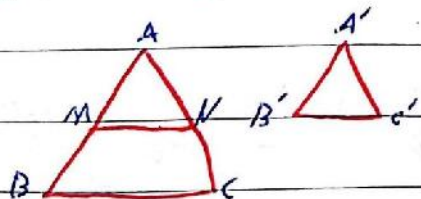
نسبت تشابه $\frac{AC}{DE} = \frac{AB}{BE} = \frac{CB}{DB}$

$\frac{24}{y} = \frac{64}{24} = \frac{12}{x}$

$\frac{64}{24} = \frac{24+x}{12} = \frac{24+x}{12} = 36 \Rightarrow x = 12$

تعبیه دوم تشابه در مثلث ۸ آن دو ضلع منتهی به در ضلع مثلث دیگر متناسب باشند زاویه بین

این دو ضلع در دو ضلع مساوی باشند آنگاه در مثلث متناسب اند (تساوی در ضلع و تساوی زاویه بین)



$A = A'$ و $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ ۸ قوفی
 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ۸ قوفی

اثبات: روی ضلع AB باره خط AM را مساوی $A'D'$ و روی ضلع AC باره خط AN را مساوی $A'C'$ قرار

ALYAZ

@Disoniha10

Subject:

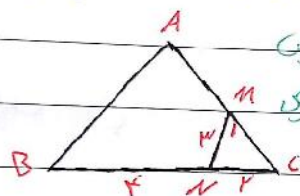
Year: Month: Date:

① $AMN \sim A'B'C'$ (فرض) ① $\Rightarrow MN \parallel BC$ کی گئی ہے۔ M و N کے لیے

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} \quad \xrightarrow{\text{نابہ مساوی}} \quad \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \quad \xrightarrow{\text{نابہ مساوی}} \quad MN \parallel BC$$

$$\text{نابہ مساوی اساسی} \quad AMN \sim ABC \quad \xrightarrow{\text{نابہ}} \quad ABC \sim A'B'C'$$

در شکل زیر $M_1 = B$ و M وسط AC است. طول اضلاع AB و AC را حساب کنید.



$\left. \begin{array}{l} M_1 = B \text{ مرکز} \\ \angle C = \angle C \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNC$ (ثباتی در ضلع)

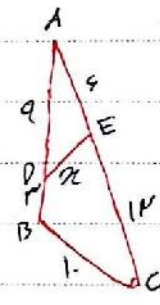
$$\frac{AC}{AB} = \frac{MN}{CB} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{CM}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{AC}{12} = \frac{2}{4} \Rightarrow AC^2 = 2 \times 12 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6}$$

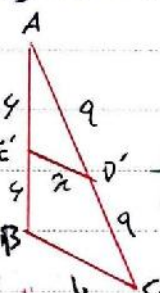
ALYAZ

$$\frac{2}{AC} = \frac{3}{AB} \rightarrow \frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{3}{AB} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{AB} \rightarrow AB = 3\sqrt{6}$$

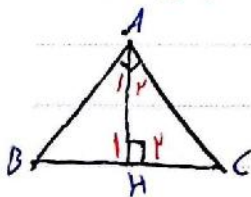
در شکل زیر را حساب کنید.

الف)  مشترک $A = A$
 $\frac{AD}{AC} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$
 $\frac{AE}{AB} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$ (تناسب دو ضلع (نسبتی زوای بین و))

ب) روی AC AD' و AB AE' نام اندازه AE جدا کنید و نشان دهید

 $\frac{AE'}{AB} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
 $\frac{AD'}{AC} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$
 $\frac{AE'}{AB} = \frac{AD'}{AC} \Rightarrow D'E' \parallel BC$ است.
 $K = \frac{1}{2} \quad \frac{BC}{2} = D'E'$

قضیه فیثاغورس و روابط طولی دیگر در مثلث قائم الزاویه... 8. آخر $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاویه ای باشد که



در رأس A قائمه باشد که AH ارتفاع دارد بر وتر آن باشد روابط زیر را داریم:

① $AB^2 = BC \cdot BH$ ② $AC^2 = BC \cdot CH$

③ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (قضیه فیثاغورس) ④ $AH^2 = BH \cdot HC$

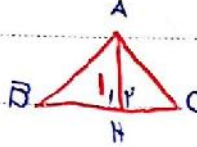
⑤ $AB \cdot AC = BC \cdot AH$

Subject:

Date:

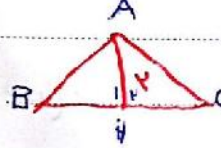
اثبات رابطه شماره ۱) ۸

$\left. \begin{array}{l} B = B \text{ مشترک} \\ 90^\circ H_1 = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow ABC \sim ABH \text{ (تساوی در زاویه)}$


 $\rightarrow \text{نسبت تناسب} \rightarrow \frac{AC}{AH} = \frac{BC}{AB} = \frac{AB}{HB} \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BH$

اثبات رابطه شماره ۲) ۸

$\left. \begin{array}{l} C = C \text{ مشترک} \\ 90^\circ A = H_2 \end{array} \right\} \Rightarrow ABC \sim ACH \text{ (تساوی در زاویه)}$


 $\rightarrow \text{نسبت تناسب} \rightarrow \frac{AB}{AH} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{HC} \Rightarrow AC^2 = BC \cdot HC$

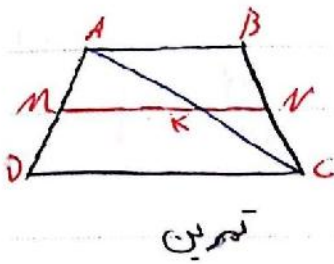
$AB^2 + AC^2 = BC \cdot BH + BC \cdot HC = BC(BH + HC) = BC \cdot BC = BC^2$

$\left. \begin{array}{l} ABC \sim ABH \\ ABC \sim ACH \end{array} \right\} \Rightarrow ABH \sim ACH$

اثبات رابطه شماره ۴) ۸

$\left. \begin{array}{l} A_1 + B = 90^\circ \\ C + B = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A_1 = C$

$\rightarrow \text{نسبت تناسب} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BH}{AH} = \frac{AH}{HC} \Rightarrow AH^2 = BH \cdot HC$



کلمه: $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

۳۷۰ $MN \parallel AB \parallel CD$ فرض

تالس $\triangle ADC \text{ و } MK \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{AK}{KC}$

اثبات ۸ قطر AC را رسم کنید.

تالس $\triangle ABC \text{ و } NK \parallel AB \Rightarrow \frac{BN}{NC} = \frac{AK}{KC}$

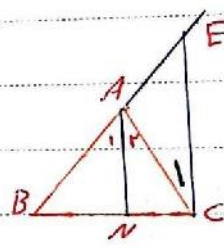
$\Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$

@Disoniha10

درس ۴ کاربرد هائی قضیه تالس و شباهت دو مثلث

قضیه ۱) در دو مثلث هر نیمه از زاویه داخلی قطع بر دو راس نسبت دو ضلع زاویه تقسیم می کند.

فرض: $A_1 = A_2$ کلمه: $\frac{AB}{AC} = \frac{BN}{NC}$



اثبات: ابتدا $\angle E$ را موازی AN برامد از AB رسم می کنیم.

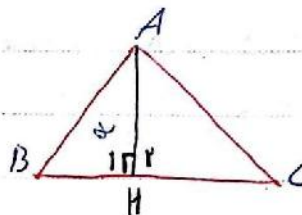
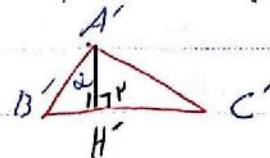
تالس $AN \parallel CE \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BN}{NC}$ (۱)

BE مورب $AN \parallel CE$ ، $A_1 = E$ } فرض $E = C_1 \Rightarrow$ متناهی الباقی $AEC \Rightarrow AE = AC$ (۲)
 AC مورب $AN \parallel CE$ ، $A_2 = C_1$ } $A_1 = A_2$

$۱ و ۲ \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BN}{NC}$

قضیه دوم) در هر دو مثلث متشابه نسبت اجزای متناظر و نسبت

محیط ها برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت ها برابر توان دوم نسبت تشابه است.



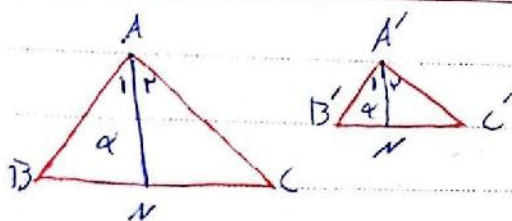
$ABC \sim A'B'C'$ فرض

(یعنی ضلع ها متناسب و زاویه ها برابر است)
الف) ارتفاع ها

کلمه: $\frac{AH}{A'H'} = k$

اثبات ۸
فرض ۹. $B = B'$
 $H_1 = H'_1$

$\Rightarrow ADH \sim A'D'H' \Rightarrow \frac{AD}{A'D'} = \frac{AH}{A'H'} = \frac{BH}{B'H'} \Rightarrow \frac{AH}{AH'} = k$



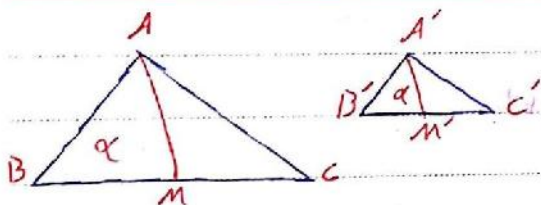
هات فرض قبلی = فرض

نیم سازه ۸

حکم ۸. $\frac{AN}{A'N'} = k$

فرض ۹

اثبات ۸. $A_1 = A'_1$ (نصف تقصیف) و $B = B'$ (نیم سازه فرض ۹) $\Rightarrow ABN \sim A'B'N' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AN}{A'N'} = \frac{BN}{B'N'} = k$



قبلی = فرض

میانه دعا ۸

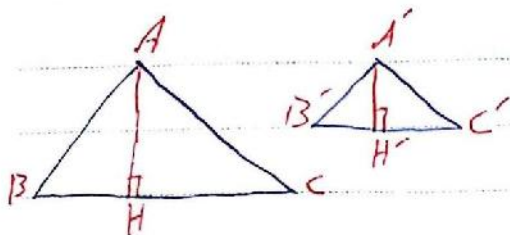
حکم ۸. $\frac{AM}{A'M'} = k$

اثبات ۸. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'} \Rightarrow ABM \sim A'B'M' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{BM}{B'M'} = \frac{AM}{A'M'} = k$

$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AM}{A'M'} = \frac{BM}{B'M'} \Rightarrow \frac{AM}{A'M'} = k$

صیغه ۸. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \frac{AB+AC+BC}{A'B'+A'C'+B'C'} = \frac{AB}{A'B'} = k \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = k$

فرض ۹. $\frac{P_{ABC}}{P_{A'B'C'}} = k$



(ارتفاع) AH

نسبت 8. $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = k$

اثبات 8. $\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} BC \times AH}{\frac{1}{2} B'C' \times A'H'} = \frac{BC}{B'C'} \times \frac{AH}{A'H'} = k \times k = k^2$

اگر دو ضلع متشابه باشند و نسبت تشابه آنها k باشد، نسبت مساحت آن‌ها k^2 و نسبت ضلع‌ها برابر k است.

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{P}{P'}\right)^2$$

هر دو n ضلع منتظم همواره با هم متشابه هستند.

فصل 3

چند ضلعی را مشخص کنید که تعداد قطرهای آن در برابر تعداد اضلاع آن باشد.

$$\frac{n(n-3)}{2} = 2n \rightarrow n^2 - 3n = 4n \rightarrow n^2 - 7n = 0 \rightarrow n^2 - 7n = 0$$

$n=0$ غلط

$$n(n-7) = 0 \rightarrow n=7 \quad \checkmark$$



قضیه 1) در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مقابل با هم برابرند:

$AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$ به فرض

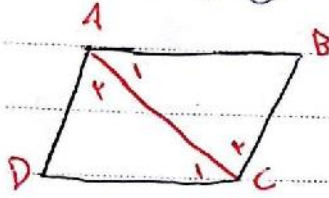
$A = C$ و $B = D$ به حکم

$$AC = AC$$

اثبات 8. قطر AC را رسم می‌کنیم (زیرا $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$ و AC مشترک است) $\rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ض. ز) $\rightarrow B = D$

$$A_1 + A_2 = C_1 + C_2 \rightarrow A = C$$

✓ **عکس قضیه ۱** اگر در یک چهارضلعی زاویه های مقابل برابر باشند آنگاه آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است؟

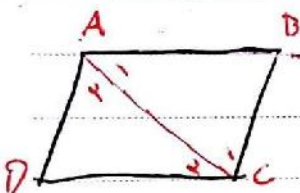


فرض $A = D$ و A, C

و حکم $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$

ابتدا قطر AC را رسم می کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \angle A_1 &= \angle D \\ \angle A_2 &= \angle C \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC$$



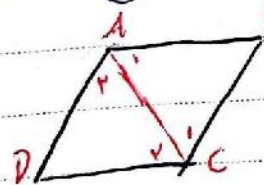
قضیه ۲ در هر متوازی الاضلاع ضلع های روبه رو مساوی اند.
فرض $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$

و حکم $AB = DC$ و $AD = BC$

افتتاح C و قطر AC را رسم می کنیم.

$$\left. \begin{aligned} AB \parallel DC \text{ مورب } AC &\rightarrow \angle A_1 = \angle C_2 \\ AD \parallel BC \text{ مورب } AC &\rightarrow \angle A_2 = \angle C_1 \\ AC &= AC \text{ مشترک} \end{aligned} \right\} \triangle ABC \cong \triangle ADC \text{ (ز.ف.ز.)} \Rightarrow AB = DC \text{ و } AD = BC$$

✓ **عکس قضیه ۲** اگر در یک چهارضلعی ضلع های روبه برابر باشند آنگاه آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است.



فرض $AB = DC$ و $BC = AD$

و حکم $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$

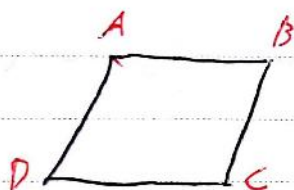
اثبات:

$$\left. \begin{aligned} AB &= DC \\ AD &= BC \\ AC &= AC \end{aligned} \right\} \triangle ABC \cong \triangle ADC \text{ (ف.ف.ف.)} \Rightarrow \angle A_1 = \angle C_2 \xrightarrow[\text{موازی}]{\text{عکس متوازی}} AB \parallel DC$$

$$\angle A_2 = \angle C_1 \xrightarrow[\text{موازی}]{\text{عکس متوازی}} AD \parallel BC$$

Subject: _____

Date _____



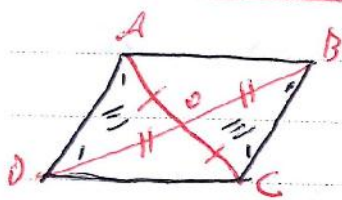
قضیه ۲۳ در هر متوازی الاضلاع هر دو زاویه مقابل برابرند.
۲
فرض: $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$

$$\text{مطلوبه: } A + B = 180^\circ, D + C = 180^\circ, A + D = 180^\circ, B + C = 180^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} A + B + C + D = 360^\circ \\ A = C \text{ و } B = D \text{ (قضیه ۱)} \end{array} \right\} A + A + B + B = 360^\circ$$

اثبات: با ضمیمه کردن

$$2A + 2B = 360^\circ \xrightarrow{\div 2} A + B = 180^\circ$$



قضیه ۴) در هر متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگر اند.

فرضی: $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$

کلم: $BO = OD$ و $AO = OC$

$\begin{matrix} D & B \\ A & C \end{matrix}$
 AC و BD متقاطع در O و $AO = OC$ و $BO = OD$ و $\angle AOD = \angle BOC$ (برابر زاویه عمود)
 $\Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle BOC$ (برابر دو ضلع و زاویه)
 $\Rightarrow AD = BC$ (ضلعهای متناظر برابرند)

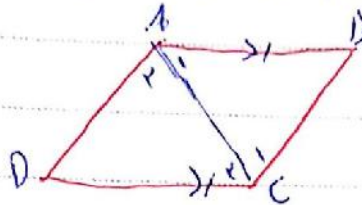
□ADCO

تعیین (یک) چهارضلعی که در دو ضلع مقابل آن دو ضلع مساوی باشند (یا متوازی (یا متقاطع است).

فرض: $AB \parallel DC$

$(A_2 = C_1)$

و کلمه $AD \parallel BC$



اثبات: قطر AC را رسم می‌کنیم.

فرض: $AB \parallel DC$

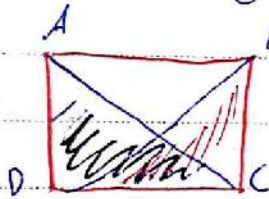
مشترک $AC = AC$

$AC \parallel AD \parallel DC \Rightarrow A_1 = C_2$

$ABC \cong ADC$ (ض. زو) $\Rightarrow A_2 = C_1$ (مکمل)

در وقت حکم تساوی ضلع و تساوی زاویه بود از هم متساوی کار داریم.

درستی حای مستطیل و لوزی: 1: در هر مستطیل قطر هاجم مساوی اند.



فرض: $A + B + C + D = 90$

$AD = BC$

$DC = DC$

$D = C = 90$

و حکم $AC = BD$

$\left. \begin{matrix} AD = BC \\ DC = DC \\ D = C = 90 \end{matrix} \right\} \Rightarrow AC = BD$

سؤال: اگر دو قطر یک چهارضلعی با هم مساوی باشند آیا می‌توان نتیجه گرفت آن مستطیل است؟ چرا؟

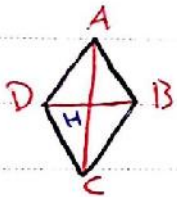
جواب: خیر. دو زوای متساوی (السا قس) دو قطر با هم مساوی اند ولی مستطیل نیست.

مربع نوعی مستطیل است پس قطرهای آن هم برابرند.

Subject :

Date

درستی (2) در هر لوزی قطرهای عمود منصف یک دیگر اند و قطرهای نیم سازهای زاویه های لوزی اند.



فرض $AB = BC = DC = AD$

مکمل $DH = HB$ (منصف $H_1 = H_2 = 90^\circ$ عمودی) $A_1 = A_2$ (نیمساز)
 $AH = HC$

اثبات 8 لوزی یک متوازی الاضلاع است پس قطرهایش منصف یکدیگر اند. (1)

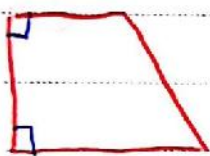
$AD = AB$ (فرض)
 $AH = AH$ (مشترک)
 $DH = HB$ (منصف)

$ADH \cong AHB$ (ض. ض. ض.) $\Rightarrow H_1 = H_2 = 90^\circ$ (2) $A_1 = A_2$

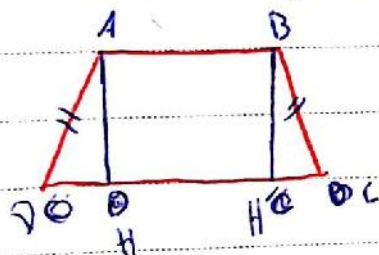
(29) رسم قطرهای عمود منصف اند. (3) قطرهای نیم سازند.

دورنقه: چهارضلعی که فقط دو ضلع آن موازی باشند. دو ضلع موازی باقی مانده موازی باشند. گفته می شود.

دورنقه متساوی الساقین: دورنقه ای که دو ضلع آن برابر باشند. دورنقه متساوی الساقین که بیس.



دورنقه قائم الزاویه: دورنقه ای که یکی از ضلع های آن بر دو قائمه عمود باشد.



$AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$ (فرض)

$\angle A = \angle B$ و $\angle D = \angle C$ (مک)

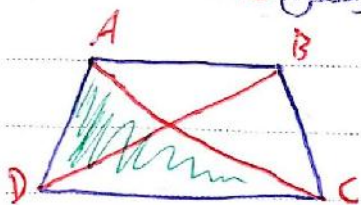
اثبات: در ارتفاع AH و BH' را رسم می کنیم.

$\left. \begin{array}{l} AD = BC \text{ (فرض)} \\ AH = BH' \text{ (چون } AB \parallel DC \text{)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ADH \cong \triangle BCH' \text{ (و فرض)} \Rightarrow D = C$

مستطیل است

هر وقت نیمه های یک متوازی الاضلاع را رسم کنیم مستطیل به دست می آید و

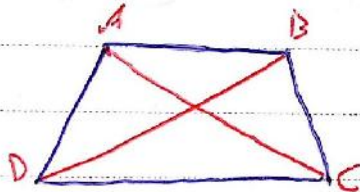
ویرایش ۲) در هر دو ذائقه متساوی الساقین اندازه قعرها با هم برابر اند و برعکس.



$$AD = BC \text{ (فوق)} \quad AC = BD \text{ (کم)}$$

$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \text{ (فوق)} \\ DC = DC \text{ (مشترک)} \\ D = C \text{ (ویرایش 1)} \end{array} \right\} \Rightarrow \angle ACD = \angle BDC \text{ (فوق)} \Rightarrow AC = BD$$

انبات بر رفت

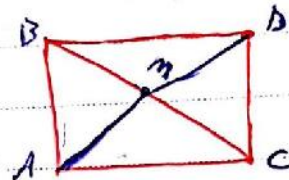


$$AC = BD \text{ (فوق)} \quad AD = BC \text{ (کم)}$$

برگشت

Subject: _____
Date: _____

در مثلث قائم الزاویه در هر مثلث قائم الزاویه اندازه میانه برابر نصف طول وتر است.
 $A = 90^\circ$ فرض



$$AM = \frac{BC}{2} \text{ حکم}$$

اثبات 8. راب. اندازه خودش از نقطه M امتداد می دهیم تا نقطه D و حاصل شود وسیله آرایه

D و C وصل می کنیم چون چهارضایی ABCD قطرها همدیگر را نصف می کنند 8

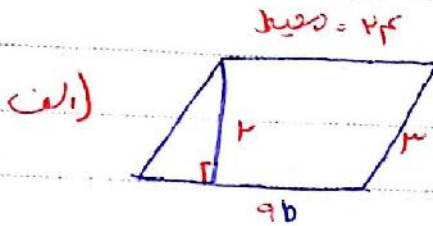
$$\left. \begin{array}{l} AD = BC \\ AD = 2AM \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2AM = BC \\ AM = \frac{BC}{2} \end{array}$$

$A = 90^\circ \Rightarrow ABCD$ مستطیل است متساوی الاضلاع

@Disoniha10

توضیح این درس در پشته نمره

مساحت شکل های زیر را حساب کنید.

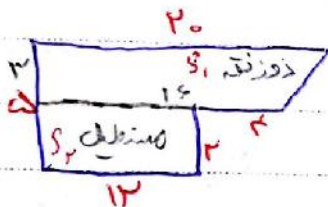


$$P = 2(2) + 2b$$

$$S = b \times h = 2 \times 9 = 18$$

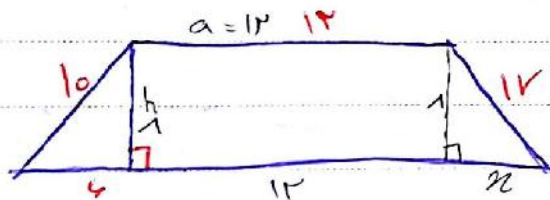
$$24 = 4 + 2b \rightarrow$$

$$\frac{11}{2} = 9$$



$$S_1 = \frac{(10+12) \times 2}{2} = 22$$

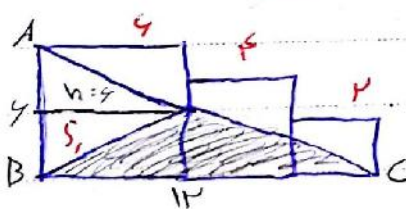
$$S = 2 \times 12 = 24 \rightarrow S = S_1 + S_2 = 22 + 2 = 24$$



$$10^2 = 6^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow h = 8$$

$$12^2 = x^2 + 1^2 \rightarrow 144 = x^2 + 1 \rightarrow x^2 = 143 \rightarrow x = 11.96$$

$$S = \frac{(a+b)h}{2} = \frac{(10+12) \times 1}{2} = 11$$



مساحت قسمت خالص خورده را حساب کنید. (هر یک از اضلاع مربع هستند)

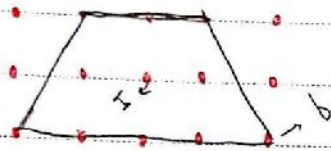
$$S_{ABC} = \frac{12 \times 4}{2} = 24$$

$$S_{ABC} - S_1 = 24 - 11 = 13$$

$$S_1 = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

$$= 11$$

نقاط شبکه‌ای : به نقاطی که روی خط‌های افقی و عمودی قرار دارند و فاصله‌ی هر دو نقطه متوالی یک واحد



می‌باشد. نقاط شبکه‌ای تقسیم

چند ضلعی شبکه‌ای : به چند ضلعی که تمام رئوس داخلی آن روی نقاط شبکه‌ای قرار داشته باشند. در هر چند ضلعی

شبکه‌ای به نقاطی از شبکه که روی اضلاع چند ضلعی قرار دارند، نقاط مرزی گفته می‌شود و با b نام آن‌ها را می‌نویسند.

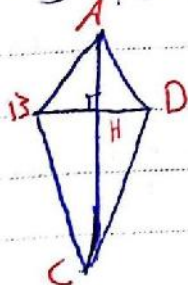
و نقاطی از شبکه که درون چند ضلعی قرار می‌گیرند نقاط درونی گفته می‌شود و با I نام آن‌ها را می‌نویسند.

مثلاً در چهار ضلعی شبکه‌ای ABCD داریم : $I = 3$ ، $b = 1$

فرمول پیکت در محاسبه مساحت چند ضلعی‌های شبکه‌ای : اگر b نقاط مرزی یک چند ضلعی باشند

و I نقاط درونی آن باشند، مساحت چند ضلعی از راه زیر بدست می‌آید : $S = \frac{b}{2} + I - 1$

نکته : در هر چهار ضلعی که قطرهای آن به هم برخورد داشته باشند، مساحت برابر نصف حاصل ضرب قطرهاست.



فرمول : $AC \perp BD$

$$S = \frac{AC \times BD}{2}$$

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = \frac{BD \times AH}{2} + \frac{BD \times CH}{2}$$

$$= \frac{BD \times (AH + CH)}{2} = \frac{BD \times AC}{2} \quad (1)$$

کاربرد های مساحت

شکل (1) : نشان دهنده یک مربع در دو ضلعی است که با هم مساحت‌های برابر تقسیم می‌کنند.

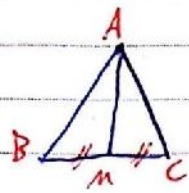
Subject :

Year.

Month.

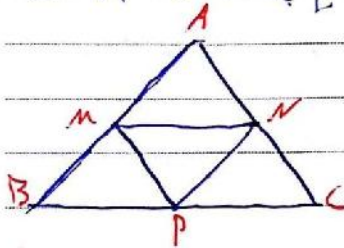
Date.

()

فرض : AM میانه $(BM = MC)$ حکم : $S_{ABM} = S_{ACM}$ ①

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ACM}} = \frac{BM}{MC} \xrightarrow{\text{فرض}} \frac{BM}{BM} = 1 \rightarrow \frac{S_{ABM}}{S_{ACM}} = 1 \rightarrow \text{ثابت ①}$$

سوال ۸ : نشان دهید اگر وسط های هر دو مثلث را به هم وصل کنیم چهار مثلث هم نهشت



و در نتیجه مساحت های مساوی ایجاد می شود.

M, N, P وسط اضلاع

فرض :

①

حکم : $\triangle AMN \sim \triangle MNP \sim \triangle NPC \sim \triangle MBP$ و بدانند

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{نکته}} MN \parallel BC$$

نسبت همبستگی ترتیب می توان ثابت کرد

$$MN \parallel BC$$

$$NP \parallel AB$$

چون اضلاع MNP متوازی الاضلاع است $\rightarrow \triangle MNP \sim \triangle MBP$

و به همین ترتیب می توان ثابت کرد چهار مثلث با هم هم نهشتند.

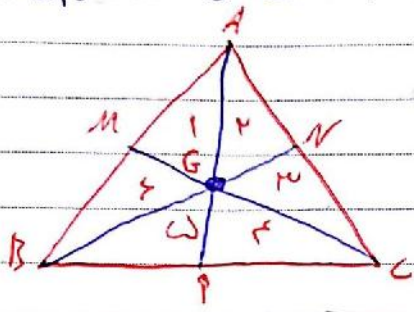
و داریم که اگر دو مثلث هم نهشتند با بسند مساحت های آنها برابر است

$$S_{AMN} = S_{MNC} : S_{MNP} = S_{MBP}$$

Subject :

Year. Month. Date. ()

سؤال ۳ - نشان دهید هر ضلع از یک مثلث با مساحت های مساوی تقسیم می گزید.



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$$

اثبات ۱: $\triangle AGC = \triangle GBN \Rightarrow S_7 = S_8$ (۲)

اثبات ۲: $\triangle BGC = \triangle GCP \Rightarrow S_9 = S_{10}$ (۳)

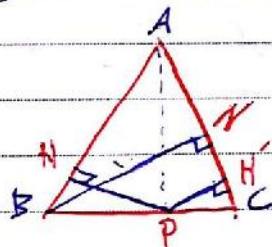
اثبات ۳: $\triangle AGB = \triangle GCM \Rightarrow S_1 = S_2$ (۱)

$$S_1 + S_4 + S_6 = S_2 + S_5 + S_3$$

$$S_1 = S_2 \Rightarrow S_4 = S_5$$
 (۴)

س (۱) (۲) (۳) (۴)

سؤال ۴ - ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین مجموع فاصلاتی هر نقطه روی قاعده از راسهای



فرض: $AB = AC$

نکته: $PH + PH' = BN$

اثبات ۱: از A به P وصل می کنیم.

$$S_{ABC} = S_{APB} + S_{APC} \Rightarrow \frac{AC \times BN}{2} = \frac{AB \times PH}{2} + \frac{AC \times PH'}{2}$$

$$\frac{AC}{2} (PH + PH') \Rightarrow PH + PH' = BN$$

Subject :

Year.

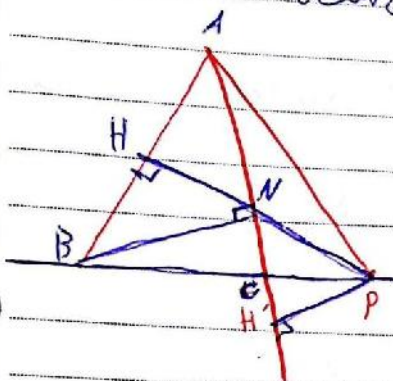
Month.

Date.

()

مسئله ۵) ثابت کنید در مثل متساوی الساقین، قدر مطلق تفاضل فاصله‌ی هر نقطه از

اسنادهای هر قاعده از دو ساق برابر اندازه‌ی ارتفاع وار در برابر ساق است.



$$AB = AC \quad \text{فرض}$$

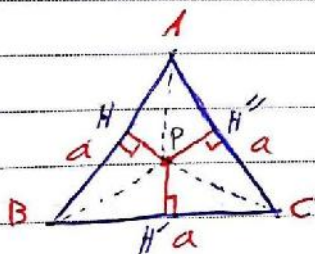
$$PH - PH' = BN \quad \text{حکم}$$

اثبات: از A به P وصل می‌کنیم.

$$S_{ABC} = S_{ABP} + S_{ACP} \rightarrow \frac{AC \times BN}{2} = \frac{AB \times PH}{2} + \frac{AC \times PH'}{2}$$

$$\frac{AC \times AB}{2} = \frac{AC \times BN}{2} + \frac{AC \times PH'}{2} \rightarrow PH - PH' = BN$$

مسئله ۶) ثابت کنید مجموع فاصله‌ی هر نقطه درون مثل متساوی الساقین از سه ضلع برابر ارتفاع



$$AB = AC = BC = a \quad \text{فرض}$$

$$PH + PH' + PH'' = \frac{\sqrt{3}}{2} a \quad \text{حکم}$$

اثبات: از P به A و B و C وصل می‌کنیم.

$$S_{ABC} = S_{APB} + S_{APC} + S_{APB} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{a \times PH}{2} + \frac{a \times PH'}{2} + \frac{a \times PH''}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{a}{2} (PH + PH' + PH'') \rightarrow PH + PH' + PH'' = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

GRAHIST

مسئله: اگر در یک مثلث متساوی الاضلاع فاصله‌ی نقطه m درون مثلث از سه ضلع برابر ۲ و ۴ باشد

اندازه‌ی ضلع مثلث و مساحت مثلث است. $PH = 2$, $PH' = 4$, $PH'' = 6$

$$a = ? \quad S = ? \quad PH + PH' + PH'' = \frac{\sqrt{3}}{2} a \rightarrow 2 + 4 + 6 = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow 12 = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

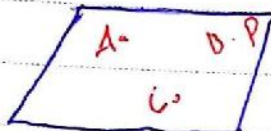
$$\rightarrow \sqrt{3}a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \rightarrow a = 1\sqrt{3} \text{ ضلع مثلث}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} (1\sqrt{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (3) = \frac{3}{4} \sqrt{3}$$

PAPCO

۱. فصل ۳. تعمیم فضایی (هندسه فضایی)

خط و صفحه ۸

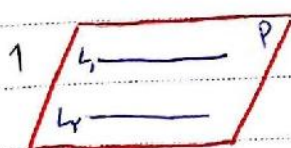


نمایش خط ۲ نقطه نیازمند

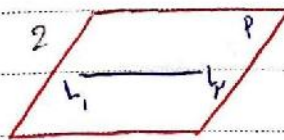
نمایش صفحه ۳ نقطه نیازمند

نکته ۸. از یک خط بی‌شمار صفحه تولید می‌شود. روی هر خط بی‌نهایت نقطه و روی هر صفحه بی‌نهایت خط وجود دارد. وضعیت دو در فضای ۸

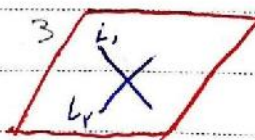
۱. موازی ۸ به دو خط که در یک صفحه باشند و هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند. دو خط موازی تولید می‌شود.
۲. منطبق ۸ به دو خط که در یک صفحه باشند و در بیش از یک نقطه مشترک هستند. دو خط منطبق تولید می‌شوند.
۳. متقاطع ۸ به دو خط که در یک صفحه و در یک نقطه با هم مشترک اند. دو خط متقاطع تولید می‌شوند.
۴. متناظر ۸ به دو خط که در یک صفحه قرار نداشته باشند. دو خط متناظر تولید می‌شوند.



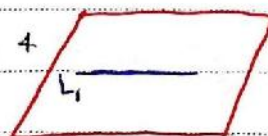
$L_1 \parallel L_2$



$L_1 = L_2$



$L_1 \nparallel L_2$



روی دیوار جلی است L_2

P = اسم صفحه

Subject:
Date:

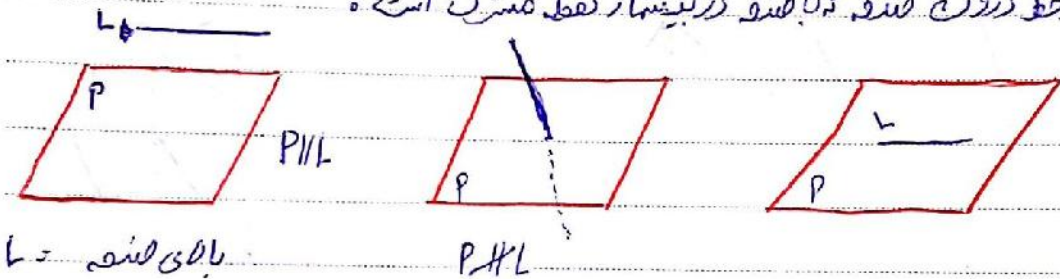
@Disoniha10

وضعیت خط و صند در فضا

1- موازی: به خطی که با صند هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند.

2- متقاطع: به خط و صند ای که در یک نقطه مشترک اند. خط و صند متقاطع می یابند.

3- منطبق: به هر خط درون صند که با صند در بیش از یک نقطه مشترک است.



وضعیت دو صند در فضا

1- موازی: به دو صند که هیچ نقطه مشترکی نداشته باشند موازی می یابیم.

2- متقاطع: به دو صند که در یک خط با هم مشترک اند. و به آن خط با هم مشترک دو صند گفته می شود.

